Égalité pour tout x réel et équation

Exercice 1

Parmi les nombres 1, -2 et $-\frac{1}{2}$, quels sont ceux qui sont solutions de l'équation $x^2 + x - 2 = 0$?

Exercice 2

1. Calculer $(x-3)^2 + 4x$ et $(x-1)^2 + 8$ pour
a. $x = 0$ **b.** $x = -2$ **c.** $x = -1$
2. Peut-on en déduire que pour tout réel x, $(x-3)^2 + 4x = (x-1)^2 + 8$?

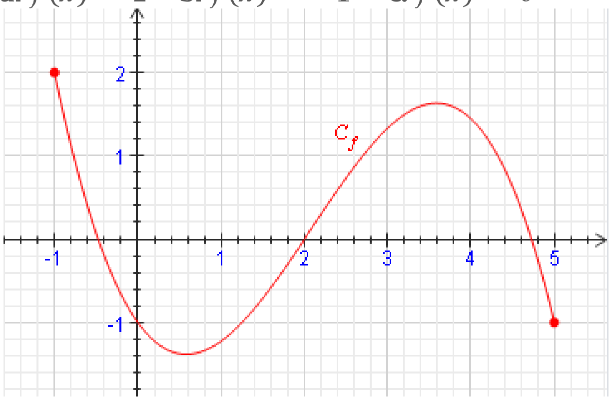
Exercice 3

En voulant développer $3 - (1-x)^2$ différents élèves ont trouvé les résultats suivants :
$A(x) = x^2 - 2x - 2$ $B(x) = 1 - 2x + x^2$
$C(x) = -x^2 - 2x + 2$ $D(x) = -x^2 + 2x + 2$
En calculant les valeurs prises par ces expressions pour $x = 0$, peut-on être sûr que certains résultats sont faux ? que d'autres sont exacts ?

Résolutions graphiques

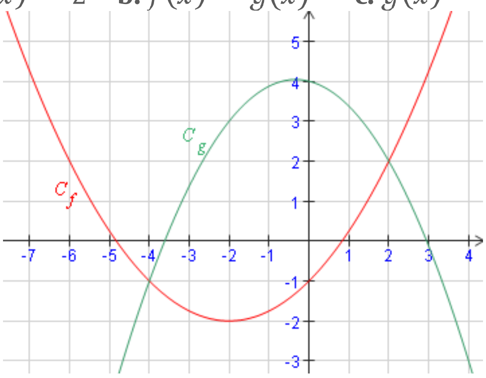
Exercice 4

Déterminer graphiquement combien de solutions ont chacune des équations suivantes :
a. $f(x) = 2$ **b.** $f(x) = -1$ **c.** $f(x) = 0$



Exercice 5

Résoudre graphiquement les équations suivantes :
a. $f(x) = 2$ **b.** $f(x) = g(x)$ **c.** $g(x) = 3$



Transformer

Exercice 6

Parmi les expressions suivantes quelles sont celles qui sont sous forme développée ? sous forme factorisée ?
a. $2x^2 + 4x - 5$
b. $(2x+3)(x-5) + 1$
c. $(2x+3)(x-5)$
d. $(2x+3)^2$

Exercice 7 Développer

a. $3(x+2)$ **b.** $(2x-5)(3x+6)$
c. $(5y-2)^2$ **d.** $(3t+6)(3t-6)$

Exercice 8 Développer

a. $2x - x(3-x)$ **b.** $4 - 2(x+3)^2$
c. $[3(2x-1)]^2$ **d.** $(x+3)^2 - (x-2)^2$

Exercice 9 Développer

a. $2(3x-1)^2$
b. $(2y-5)(4y+2) - 2y(6-y)$
c. $\left(3t+\sqrt{5}\right)^2 - 2(t+\sqrt{5})$
d. $\left(3x - \frac{1}{3}\right)^2 + 4x$

Exercice 10 Factoriser en reconnaissant un facteur commun

a. $x \times y + x \times z$
b. $a \times (b+4) + 3 \times a$
c. $5 \times (2t+1) + (2t+1) \times (t-5)$
d. $5x^2 + 6x$
e. $(x+1)^2 - 3(x+1)$

Exercice 11 Factoriser en reconnaissant une identité remarquable

a. $(x+1)^2 - 25$ **b.** $9x^2 - 6x + 1$
c. $(2-3x)^2 - 9$ d. $16(x+1)^2 - 25x^2$

Exercice 12 Factoriser par étapes

a. $a(b+1) + bc + c$
b. $(2x-1)^2 - 16 + 3(2x-5)$
c. $xz - z + (x-1)^2$
d. $2a^2 - 4ab + 2b^2$

Exercice 13
Factoriser les expressions suivantes

a. $2x(x+3) - 5x$ **b.** $25 - (4x+6)^2$
c. $(2-x)^2 - 16x^2$ **d.** $49x^2 - 14x + 1$

Exercice 14
Factoriser les expressions suivantes

a. $4x^2 + x$ **b.** $2(x+3)^2 - 2x - 6$
c. $4x^3 - 8x^2 + 4x$ **d.** $\frac{1}{4}x^2 + x + 1$

Exercice 15 Vrai ou faux ?

a. Pour tout réel x,

$$2x(x+3)-5(x+4)=2x^2+x-20$$

b. Pour tout réel x,

$$x^2+10x=(x+5)^2-25$$

c. Pour tout réel x, $(x+1)^2 = x^2+1$

d. Pour tout réel x,

$$2(x+3)^2+7=(2x+8)(x+2)+9$$

Équations du premier degré

Exercice 16

Parmi les équations suivantes, quelles sont celles qui sont des équations du premier degré ?

a. $2(x+3) = -5x$

b. $(x-3)^2 + 2 = 0$

c. $(x-2)(x+5) = 4x$

d. $4(2-3x) = 5-x$

Exercice 17

Parmi les équations suivantes quelles sont celles qui, après développement, se ramènent à une équation du premier degré ?

a. $6-(x+1)^2 = 5x$

b. $(x-1)^2=(x+2)^2$

c. $x(x-2) - x^2 = 5$

d. $(3x+4)(x-1)=x^2$

Exercice 18

Résoudre ces équations du premier degré :

a. $2x-5 = -x+4$

b. $2(3x+4) = 1-3x$

c. $x+2=7+4x$

d. $\frac{2}{3}x-1=x+\frac{4}{3}$

Exercice 19

Résoudre ces équations du premier degré :

a. $2x-7 = -4x-\frac{2}{3}$

b. $\frac{2x-3}{2}=3$

c. $-x+5 = -\frac{x}{7}+2$

d. $\frac{3x+4}{3}=x-1$

Autres équations

Exercice 20

Parmi les équations suivantes, quelles sont celles que l'on peut résoudre en appliquant la propriété «un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul» ? (ne pas les résoudre)

a. $(2x-1)(x+4) = 0$

b. $(x+1)(x-3)=1$

c. $(x-3)(2x-1)-x=0$

d. $x(3x-1)^2 = 0$

Exercice 21

Résoudre les équations suivantes:

a. $(4-x)(x+2)=0$

b. $(x+5)(6-2x)=0$

c. $(2x-1)^2-x^2=0$

d. $x^2-3x=0$

Exercice 22

Résoudre les équations suivantes:

a. $4x^2=3x$

b. $(x+1)^2=4x^2$

c. $4x^3- x^2=0$

d. $2x^2+6x=2x-2$

Exercice 23 Choisir la bonne forme

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$f(x) = x^2-6x+8$ (forme A)

On admet que pour tout x réel :

$f(x)=(x-4)(x-2)$ (forme B)

et $f(x)=(x-3)^2-1$ (forme C)

Quelle forme de $f(x)$ choisissez-vous pour :

a. Calculer $f(0)$.

b. Résoudre $f(x) = 0$.

c. Résoudre $f(x) = -1$.

Exercice 24 Choisir la bonne forme

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$f(x)=(2-x)(x-6)$ (forme A)

1. Démontrer que pour tout x réel :

$f(x)=-x^2+8x-12$ (forme B)

et $f(x)=4-(x-4)^2$ (forme C)

2. a. Calculer $f(0)$.

b. Résoudre $f(x) = 0$.

c. Résoudre $f(x) = 4$.

Exercice 25 Choisir la bonne forme

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$f(x)=-100+(x-8)^2$ (forme A)

1. On admet que pour tout x réel :

$f(x)=x^2-16x-36$ (forme B)

et $f(x)=(x-18)(x+2)$ (forme C).

On note C_f sa courbe représentative.

2. En choisissant la forme de $f(x)$ la mieux adaptée, déterminer l'intersection de C_f avec :

a. l'axe des abscisses.

b. l'axe des ordonnés.

c. la droite d'équation $y=-64$.

Exercice 26

Résoudre les équations suivantes :

a. $\frac{x+4}{3-x}=0$ **b.** $\frac{2x+1}{x+2}=0$ **c.** $\frac{x+5}{3x}= 0$