

Problème: 10 chasseurs tirent au hasard mais sans échec sur dix canards. Quel est le nombre moyen de survivants? (D'après A.Engel)

Soit X_i la variable aléatoire valant 1 si le canard numéro i est vivant, et 0 dans le cas contraire.

$X_i = 1$ veut dire que chaque chasseur a tiré sur un autre canard.

Il y a équiprobabilité :

Nombre de cas total : 10^{10}

Nombre de cas favorables : 9^{10}

$$\text{Donc } P(X_i = 1) = \frac{9^{10}}{10^{10}} = \left(\frac{9}{10}\right)^{10}$$

$$\text{Donc } E(X_i) = 1 \times P(X_i = 1) + 0 \times P(X_i = 0) \text{ D'où } E(X_i) = \left(\frac{9}{10}\right)^{10}$$

On considère maintenant la variable aléatoire $X = \sum_1^{10} X_i$ alors :

$$E(X) = \sum_1^{10} E(X_i) = \sum_1^{10} \left(\frac{9}{10}\right)^{10} = 10 \times \left(\frac{9}{10}\right)^{10}$$

$$E(X) \approx 3,4867844$$

CQFD

francois.gonet@ac-amiens.fr