Fiche élève

La première partie est consacrée à l'étude du comportement à l'infini d'une suite (u_n), d'abord à l'aide d'une calculatrice puis à l'aide d'un tableur sur ordinateur.
La seconde partie est consacrée à un travail analogue sur une suite auxiliaire (v_n).

On considère la suite (u_n) définie pour $n \geq 1$ par $u_n = \sqrt{n^2+n} - n$.

Partie A

1/ Calculer les valeurs exactes de u_1 et u_2.
2/ **A l'aide d'une calculatrice :**
   a) Donner l'approximation décimale obtenue pour $u_1, u_2, \ldots, u_{20}$.
   Appeler l'examinateur pour lui montrer ces résultats.
   Emettre une conjecture concernant le comportement à l'infini de la suite.
   b) De même, donner l'approximation décimale obtenue pour u_{10^2}, u_{10^7} et $u_{10^{13}}$ et reporter ces résultats sur la copie.
3/ **A l'aide d'un tableur :**
   a) Donner l'approximation décimale obtenue pour $u_1, u_2, \ldots, u_{20}$. Représenter graphiquement les termes obtenus.
   b) Donner l'approximation décimale obtenue pour $u_{10^2}, u_{10^3}, \ldots, u_{10^{20}}$. Peut-on représenter graphiquement de manière convenable les termes obtenus ?
4/ Comparer les résultats obtenus avec les deux outils. Interpréter.
Appeler l'examinateur pour lui montrer ces résultats.
5/ Etudier par le calcul le comportement à l'infini de la suite (u_n). La conjecture initiale est-elle validée ?

Partie B

Soit la suite (v_n) définie pour $n \geq 1$ par $v_n = \ln n + \ln\left(\sqrt{1+\frac{1}{n}} - 1\right)$.

1/ a) Compléter le tableau de la partie A avec l'approximation décimale obtenue pour $v_1, v_2, \ldots, v_{20}$.
   b) Faire de même pour $v_{10^2}, v_{10^3}, \ldots, v_{10^{20}}$.
   c) Peut-on émettre une conjecture quant à la limite de la suite (v_n) ?
2/ Identifier un lien entre (u_n) et (v_n), comment celui-ci se traduit-il sur les colonnes du tableau ?
Appeler l'examinateur pour lui montrer ces résultats.

3/ Déterminer la valeur exacte de la limite de (v_n).