Fiche du professeur
Quelques pistes de réponse.

Partie découverte

C'est l'occasion de remobiliser la notion d'inégalité triangulaire, on peut éventuellement s'aider du fichier présentation

Partie Tableur

Après avoir exposé le problème à la classe, on peut se poser ensemble la question du choix des variables : Prendre x la longueur du premier morceau et y celui du deuxième, pose problème car la longueur y dépend alors de x (par exemple si x est supérieur à 10, il est impossible de construire le triangle quelle que soit la valeur donnée à y).

1. On prépare la feuille de calcul, en y plaçant les titres des premières colonnes.

2. Ici il faut trouver la plus petite valeur entre x et y ;

On peut faire par exemple : **=MIN(A2,B2)**

Ou plus original : **=(B2+A2-ABS(A2-B2))/2**

3. On cherche la longueur du morceau du milieu, plusieurs solutions mathématiques

b=abs(x-y)	ce qui donne avec le tableur	**=ABS(A2-B2)**
max(x,y)-a		**=MAX(A2,B2)-C2**
max(x,y)-min(x,y)		**=MAX(A2,B2)-MIN(A2,B2)**

4a) Là encore, on a plusieurs méthodes pour trouver la longueur du dernier morceau :

20-a-b	ce qui donne avec le tableur	**=20-C2-D2**
20-max(x,y)	ce qui donne avec le tableur	**=20-MAX(A2,B2**
20-a-b	ce qui donne avec le tableur	**=20-C2-D2**

5) a) On doit à présent traduire les 3 inégalités triangulaires : $\begin{cases} a \leq b+c \\ b \leq c+a \\ c \leq a+b \end{cases}$.

b) Ce qui va se traduire dans la cellule F2 par **=SI(A2<=B2+C2 ;1 ;0)**

c) De la même manière :
Pour G2 : **=SI(B2<=C2+A2 ;1 ;0)** et pour H2 : **=SI(C2<=A2+B2 ;1 ;0)**

6) On veut qu'en I2, apparaisse 1 si et seulement si F2=G2=H2, on peut donc entrer comme formule :**=SI(ET(A2=1 ;B2=1 ;C2=1) ;1 ;0)** ou beaucoup plus simplement : **=F2*G2*H2**

7) Pour automatiser le tirage il suffit donc d'entrer en A2 et B2 **=20*ALEA()**.

8) Les simulations étant faites, il suffit donc de faire la moyenne des résultats pour faire apparaître la fréquence de réussite de la simulation. On peut entrer directement **=MOYENNE(I2 : I10000)**. Les « : » signifient « jusqu'à » (les cases vides sont ignorées). On devrait aboutir à une fréquence aux alentours de 0,25.

Remarque : Il existe bien d'autres manières d'arriver à ce résultat, on aurait pu ne tester qu'une inégalité triangulaire en testant simplement si le plus grand des côtés était plus court que la somme des 2 autres…

Partie Visualisation de la zone possible

Selon le temps que vous avez, cette partie peut être observée au vidéo-projecteur
Fichier conjecture.html

Dans cette partie on va visualiser géométriquement la zone des solutions pour x et y. L'idée est donc de se ramener à un carré dans le plan de 20cm de côté. Ici on utilise le logiciel de géométrie dynamique géogebra en particulier pour sa facilité a faire des calculs algébriques et des tests.

L'idée est d'associer à un point M du carré de 20 de côté, les valeurs x et y qui correspondent respectivement à l'abscisse et à l'ordonnée de M et de colorier ce point en vert, si la construction est possible et en rouge sinon. La probabilité se calculera alors en effectuant le rapport de l'aire verte par l'aire du carré.

Encore une fois, ici, il est important de se placer dans un carré et non un triangle délimité par $x\geq 0, y\geq 0$ et $y\leq 20-x$ car encore une fois x et y sont indépendants. On pourra cependant remarquer des symétries dans la construction (mais plutôt par rapport à la droite d'équation y=x).

Voici une idée de la séquence qui pourrait être utilisée pour obtenir la figure :

Action ou Saisie	Remarque :
Placer un point libre M dans le plan	En utilisant le bouton 
Saisie : a=SI[x(M)<y(M),x(M),y(M)]	La variable a reçoit le minimum entre x_M et y_M
Saisie : b=abs(x(M)-y(M))	La variable b vaut $\|x_M-y_M\|$
Saisie : c=20-b-a	c reçoit la taille du dernier morceau
Saisie : i1=Si[a>b+c,0,1]	i_1 teste la première inégalité triangulaire
Saisie : i2=Si[b>c+a,0,1]	idem pour i_2.
Saisie : i3=Si[c>a+b,0,1]	et pour i_3.
Saisie : m=i1*i2*i3	m reçoit la condition "finale"

A cet instant, vous pouvez déplacer le point M et vérifier que m varie bien.

Remarque : pour les élèves les plus rapides, vous pouvez faire construire le triangle en direct, puisque l'on connaît a, b et c.

Il suffit ensuite de cliquer sur les boutons de colorisation et de trace pour visualiser l'ensemble des solutions.

Remarque : L'intérêt de la page web est qu'elle permet l'automatisation de la colorisation qui est une étape technique et qui n'apporte rien mathématiquement. Si vous souhaitez utiliser le logiciel sans page web, il vous suffit alors pour créer les points rouge et vert de saisir :

V=SI[m==1,M] et R=SI[m==0,M]

Puis de modifier leurs couleurs dans les propriétés et activer leur trace.

N'hésitez pas à envoyer vos commentaires : vincent.maille@ac-amiens.fr