

Le problème du mois de janvier 2017

(issu de la lettre TICE de janvier 2017)

➔ Quel est, à vol d'oiseau, le lieu du 9^{ème} arrondissement de Paris le plus éloigné d'une bouche de métro ?



Résolution du problème à 1 point :

Trouvons le lieu d'un espace borné (supposé connexe) le plus éloigné d'un point A de cet espace. Il s'agit d'un point de la frontière de cet espace borné. Il suffira donc de tracer le plus petit cercle de centre A contenant cet espace.

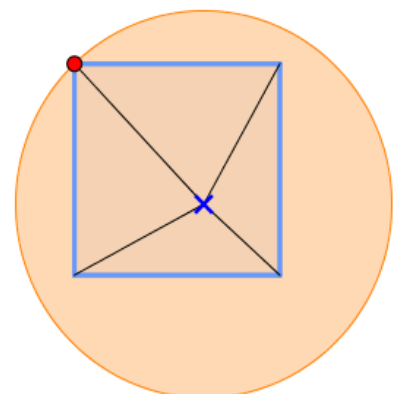


Figure 1 : Le point rouge est le point de l'espace borné (en bleu) le plus éloigné du point bleu.

Résolution du problème à 2 points :

Trouvons le lieu d'un espace borné (supposé connexe) le plus éloigné d'un ensemble de 2 points de cet espace.

- Soit ce lieu appartient à la médiatrice du segment défini par ces 2 points.

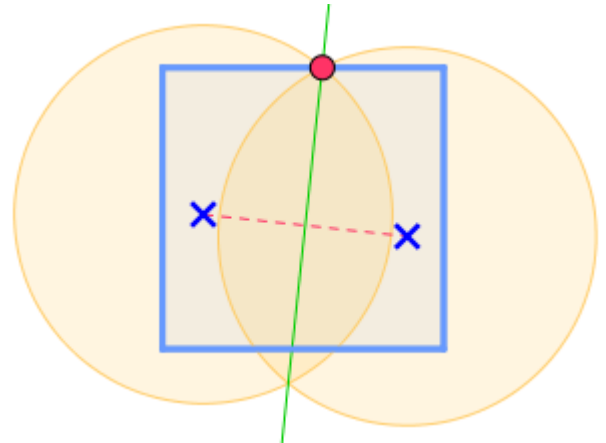


Figure 2 : Le point extrémal appartient à la médiatrice du segment défini par les deux points.

- Soit ce lieu est l'un des points extrémaux d'une des extrémités de ce segment (voir problème à un point).

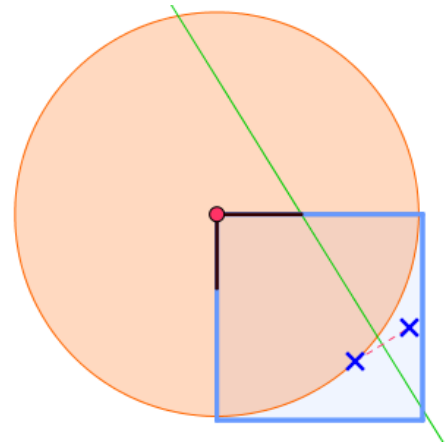


Figure 3 : Le point extrémal n'appartient pas à la médiatrice du segment défini par les deux points.

Résolution du problème à 3 points :

Trouvons le lieu d'un espace borné (supposé connexe) le plus éloigné d'un ensemble de 3 points de cet espace.

- soit ce lieu est d'un point appartenant à l'une des 3 médiatrices du triangle défini par les trois points.

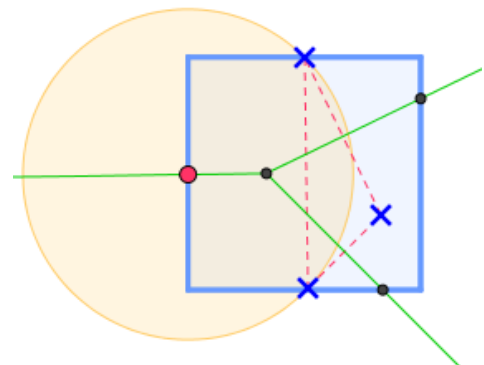


Figure 4 : Le point extrémal appartient à l'une des médiatrices du triangle défini par les trois points.

- soit ce lieu correspond au centre du cercle circonscrit à ce triangle.

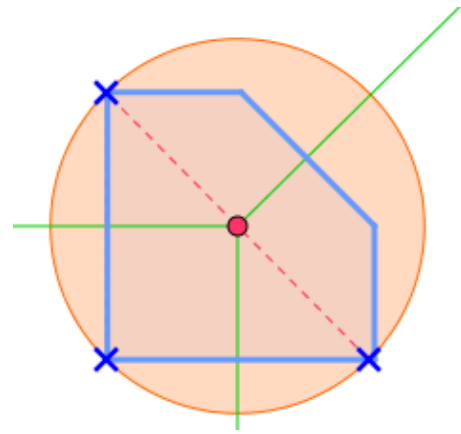


Figure 5 : Le point extrémal correspond au centre du cercle circonscrit du triangle défini par les trois points.

- Soit ce lieu est l'un des points extrémaux d'un des 3 points (voir problème à un point).

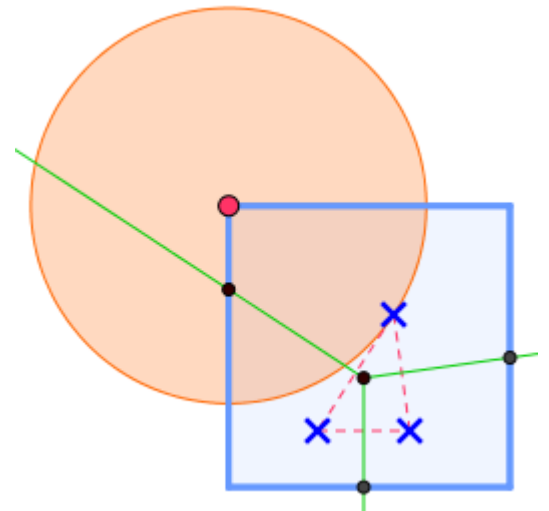


Figure 6 : Le point extrémal ne correspond ni au centre du cercle circonscrit, ni à l'une des médiatrices du triangle.

Bilan : Le but est d'identifier un nombre fini de points de la surface afin d'effectuer une simple comparaison de distances.

Résolution du problème à 4 points et plus :

Triangulation de Delaunay

En mathématiques, la **triangulation de Delaunay** d'un ensemble discret de points du plan est un découpage du plan en triangles tel qu'aucun point de l'ensemble ne se situe à l'intérieur du cercle circonscrit d'un de ces triangles.

Propriété : Il existe une unique triangulation de Delaunay d'un ensemble de n points.

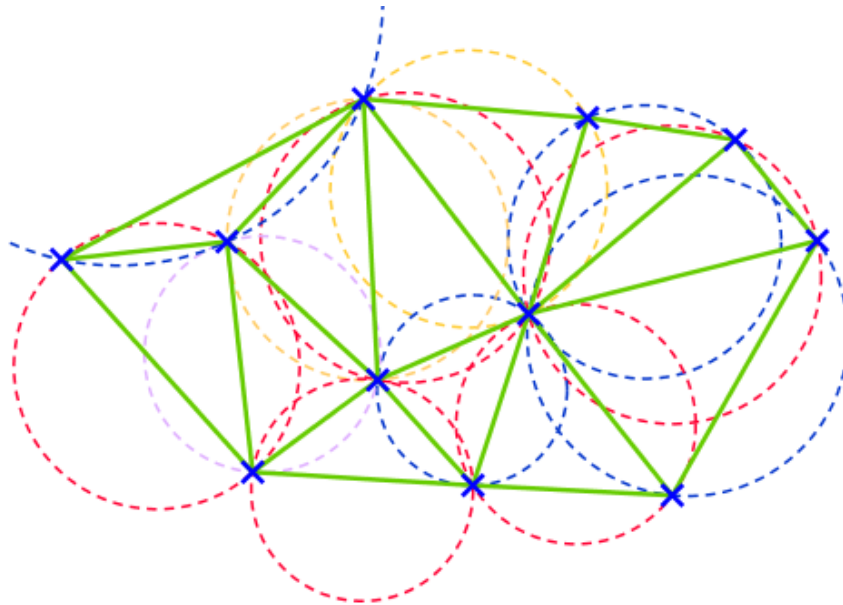


Figure 7: Triangulation de Delaunay d'un ensemble de 11 points (en vert).

Diagramme de Voronoï

En mathématiques, un **diagramme de Voronoï** est un découpage du plan (pavage) en cellules à partir d'un ensemble discret de points. Chaque cellule enferme un seul point, et forme l'ensemble des points du plan plus proches de ce point que de tous les autres. La cellule représente en quelque sorte la « zone d'influence » d'un point.

Propriété : Les cellules de Voronoï sont des polygones convexes.

Propriété : Le diagramme de Voronoï d'un ensemble de n points est l'espace dual de la triangulation de Delaunay du même ensemble.

Conséquence : Les sommets des cellules de Voronoï correspondent aux centres des cercles circonscrits des triangles de la triangulation de Delaunay associée.

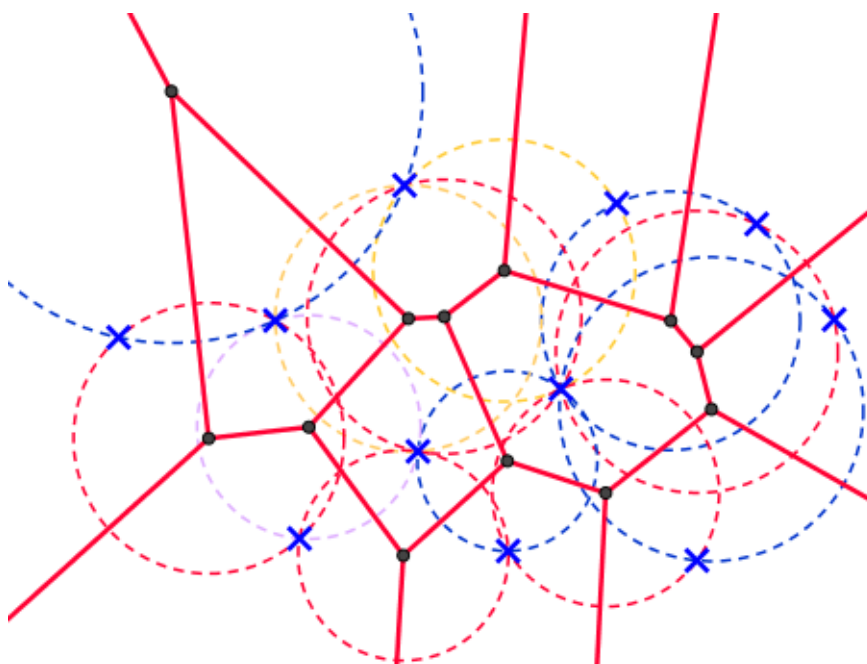


Figure 8 : Diagramme de Voronoï du même ensemble de 11 points (en rouge).

Solution du problème :

Le point du plan recherché appartient donc à l'un des sommets des cellules de Voronoï ou à l'un des points de la frontière du 9^{ème} arrondissement.

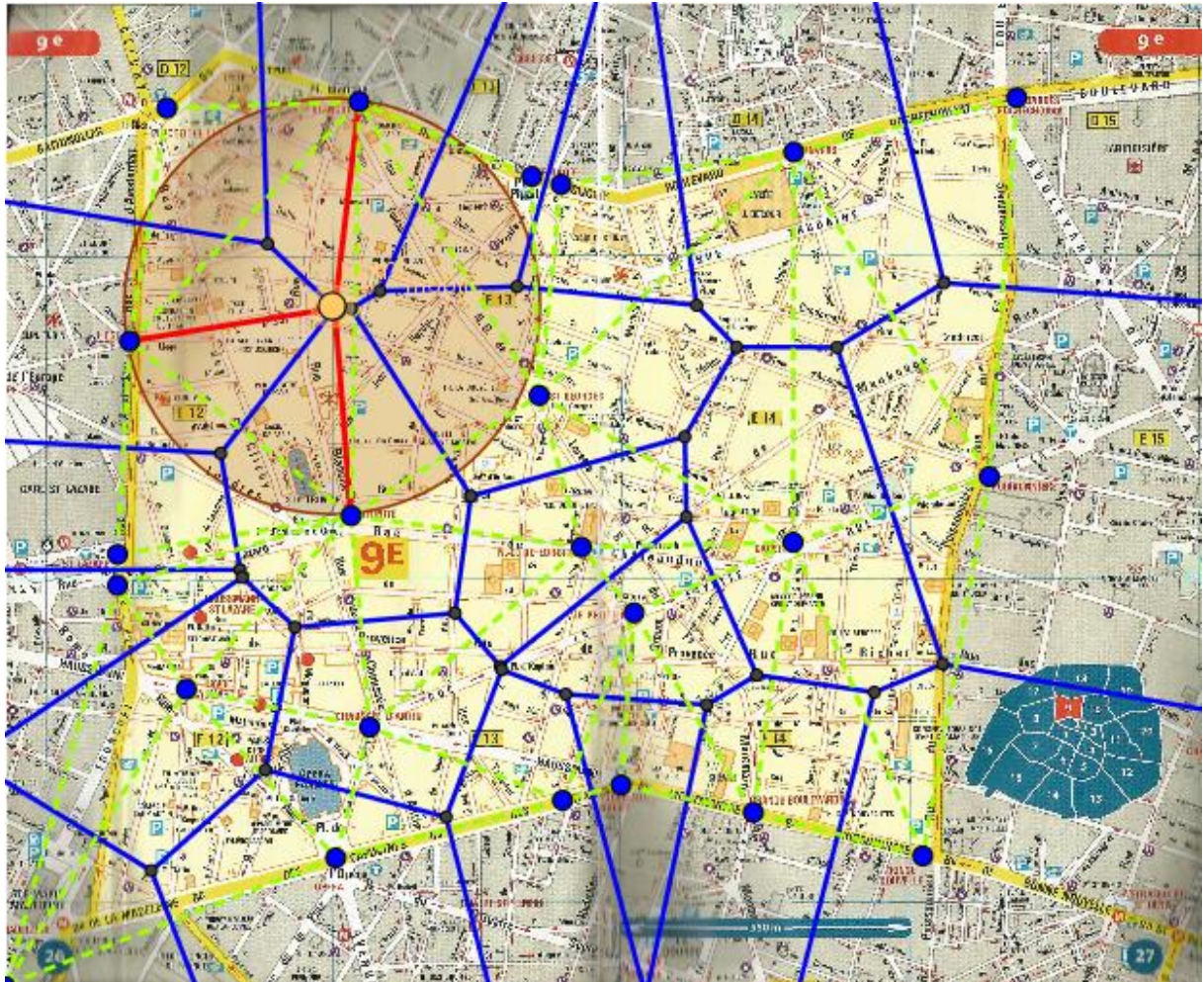
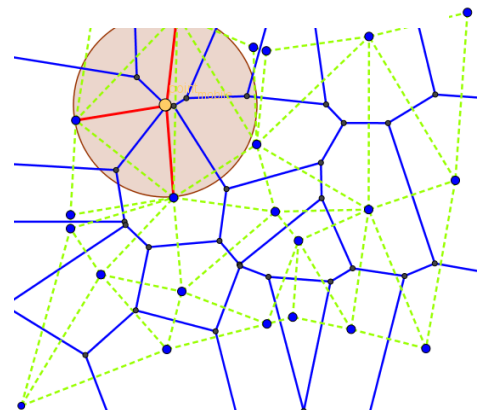


Figure 9 : Solution au problème (avec un point qui cloche ...)

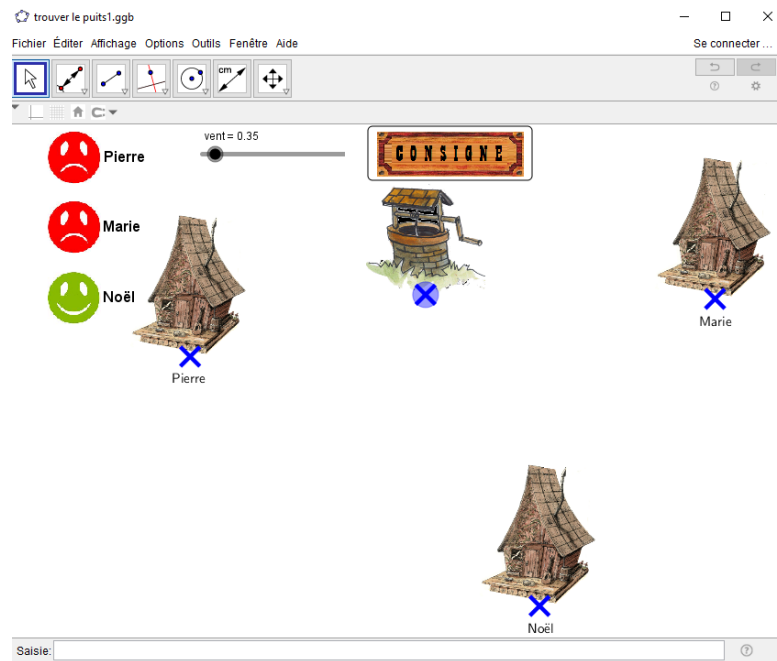


Problèmes connexes

Le puits (Geogebra)

Niveau : Cycle 4

Voici un problème classique remis au gout du jour de manière ludique et dynamique. L'élève devra trouver la position d'un puits grâce à Geogebra. D'une détermination de la position par essais et erreurs, l'élève sera amené progressivement à élaborer une stratégie.



[Fiche scénario](#)

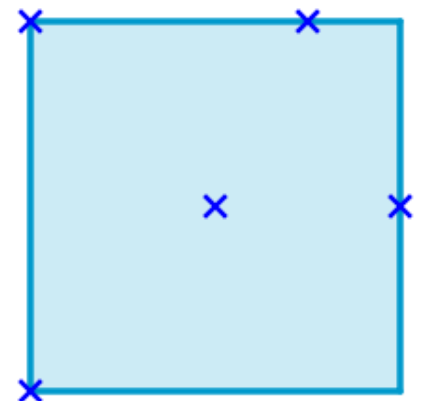
[Scénario en pdf](#)

[Trouver le puits.ggb](#)

Auteur : francois.delannoy1@ac-amiens.fr

Les radiateurs

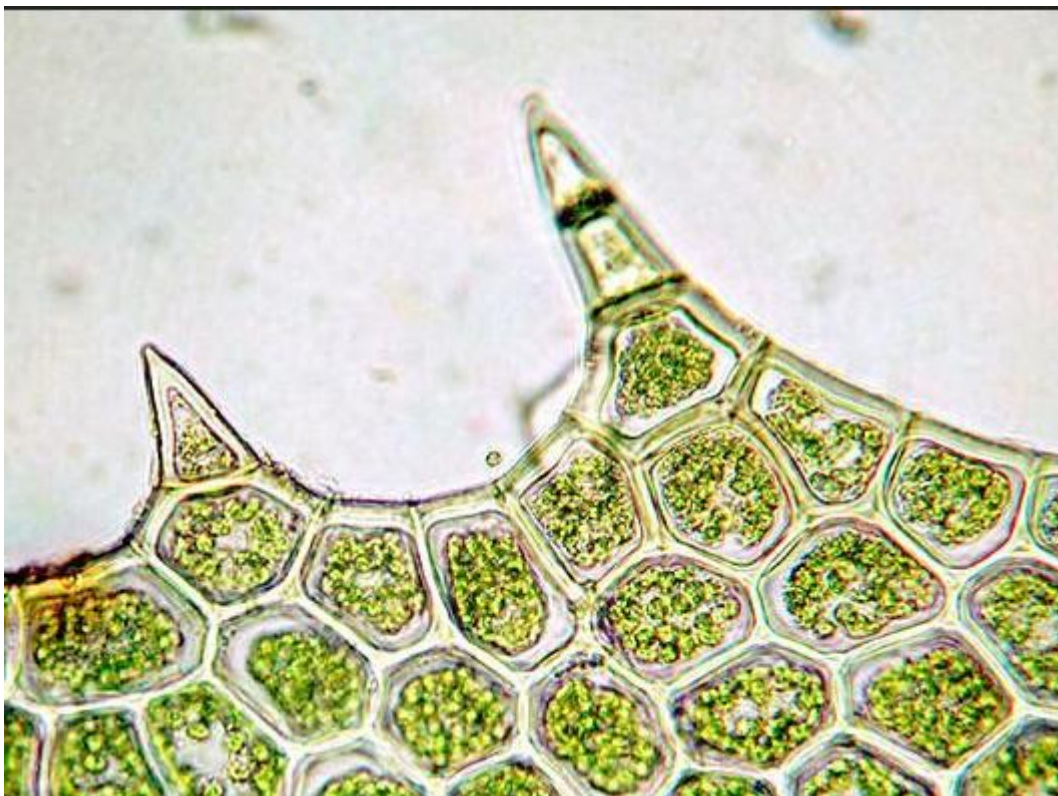
On a disposé des radiateurs dans une pièce (points bleus). Déterminer le point le plus froid de cette pièce.



Les tâches de la girafe



Un réseau cellulaire



Des sols désertiques

