



Olympiades académiques de mathématiques



Académie d'Amiens

Mercredi 13 mars 2019 de 8 heures à 12 heures

Série Professionnelle

Un ordinateur doit être mis à la disposition des candidats comme lors des épreuves de CCF de mathématiques.

L'épreuve comporte quatre exercices.

Elle se déroule par groupes de trois candidats. Une seule copie est à rendre par groupe.

Les calculatrices sont autorisées selon la législation en vigueur.

Il est conseillé aux candidats qui ne pourraient formuler une réponse complète à une question d'exposer le bilan des initiatives qu'ils ont pu prendre.



Exercice numéro 1

Qui est-ce ?

« Première dame » des mathématiques, cette femme fut la première à remporter la médaille Fields, plus haute récompense dans le domaine des mathématiques, en 2014.

1	2	3	4	2	1
---	---	---	---	---	---

1	5	3	6	2	7	8	2	9	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Pour trouver le nom et le prénom de la personne recherchée, il faut effectuer les calculs indiqués ci-dessous puis identifier la lettre correspondant au résultat de ce calcul selon le principe : 1 correspond à A, 2 à B, ...

A vous de jouer !

On considère f , g et h les fonctions définies par :

$$f(x) = 2x + 3$$

$$g(x) = 2x^2 - 3x + 26$$

$$h(x) = \frac{3}{2x + 3}$$

Chaque nombre à trouver est défini par les calculs suivants :

1 : c'est un antécédent de 325 par la fonction g

2 : c'est $h(0)$

3 : L'image du nombre cherché par la fonction g est 620

4 : c'est $g(1)$

5 : c'est $f(3)$

6 : c'est l'image de 0 par la fonction g

7 : c'est l'image de 4 par la fonction f

8 : l'image du nombre cherché par la fonction h est $\frac{3}{19}$

9 : c'est l'antécédent de 31 par la fonction f

Exercice numéro 2

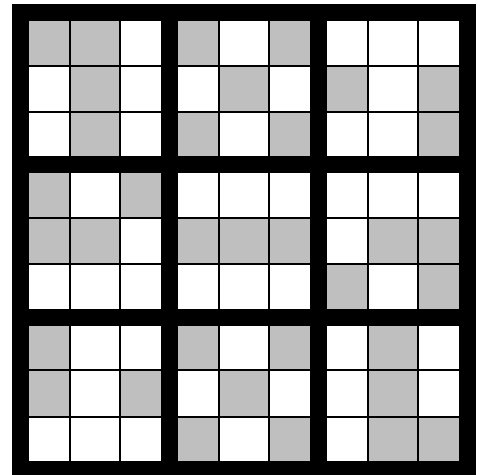
Sudo-suites

Voici les règles du sudoku :

- Un sudoku classique contient **neuf lignes** et **neuf colonnes**, donc 81 cases au total.
- Le but du jeu est de remplir ces cases avec des chiffres allant de 1 à 9 en veillant toujours à ce qu'un même chiffre ne figure qu'une seule fois par colonne, une seule fois par ligne, et une seule fois par carré de neuf cases.

Chaque case grise peut être complétée à l'aide de la grille et des définitions suivantes :

a	b		c		d			
	d			e		c		a
	e		a		f			d
c		e						
d	h		e	b	c		g	f
						e		h
g			b		h		a	
b		a		i			h	
			f		g		d	i



A vous de jouer : compléter cette grille de sudoku !

(u_n) désigne dans chaque cas ci-dessous une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r :

- $u_2 = 2$ et $u_6 = 10$ déterminer a tel que $a = r$
- $u_1 = -9$ et $r = 2$ déterminer b tel que $b = u_9$
- $r = -5$ et $u_5 = -16$ déterminer c tel que $c = u_1$
- $u_4 = 7$ et $u_{11} = 35$ déterminer d tel que $d = \frac{r}{4}$
- $u_{2016} = 4$ et $u_{2018} = 20$ déterminer e tel que $e = r$

(v_n) désigne dans chaque cas ci-dessous une suite géométrique de premier terme v_0 et de raison positive q :

- $v_1 = 0,1875$ et $q = 2$ déterminer f tel que $f = v_6$
- $v_{12} = 1,8$ et $v_{14} = 45$ déterminer g tel que $g = q$
- $q = 4$ et $v_8 = 49\ 152$ déterminer h tel que $h = v_1$
- $v_{2015} = 27$ et $v_{2018} = 729$ déterminer i tel que $i = r^2$

Exercice numéro 3

La prise de pouvoir

Les hommes assistent impuissants à la prise de pouvoir par des animaux. Un scientifique chercheur avait déjà imaginé en 1999 ce scénario. Il a alors mis au point un puissant vaccin qui permet d'éviter le pire et l'a ensuite placé en lieu sûr dans un coffre sécurisé par un code. Voici l'énigme qu'il a laissée à sa mort.

Personne ne veut me croire mais je suis certain de mes recherches, un jour les animaux prendront le pouvoir !

Je ne suis plus de ce monde, mais j'ai œuvré durant toute mon existence à l'élaboration d'un vaccin qui sauvera le monde.

Je remets le destin de l'humanité entre les mains de celui ou celle qui saura déchiffrer les deux expériences ci-dessous et trouver le code d'accès au vaccin :

(1) Pour comprendre pourquoi dans mon laboratoire je trouve des araignées rouges à pois noirs, j'ai réalisé des expériences par mélange génétique en partant d'une araignée rouge du type Tetranychusurticae et d'une araignée noire du type Latrodectusmactans. Dès le lendemain j'ai obtenu 4 araignées rouges/noires, 25 noires/grises et 2 rouges/grises. Puis, les quantités de chaque type d'araignées doublent chaque jour pour atteindre au bout de 10 jours 2048 araignées rouges/noires. A ce rythme en combien de jours la quantité d'araignées rouges/noires atteindrait 3 mille milliards de milliards ?

(2) Ma seconde expérience porte sur des lions. Chaque jour, je leur ai donné des cachets. Il m'aura fallu 442 cachets à raison de 26 par jour pour que l'expérience soit réussie ! Combien de jours a duré mon expérience ?

Le code qui sécurise le coffre est un nombre palindrome à 4 chiffres* composé à partir des solutions des 2 expériences.

1. Proposer une réponse à la question exposée dans la première expérience réalisée par le scientifique. Vous présenterez les différentes étapes de votre raisonnement.
2. Proposer une réponse à la question exposée dans de la seconde expérience réalisée par le scientifique. Vous présenterez les différentes étapes de votre raisonnement.
3. Présenter le(s) nombre(s) qui pourraient correspondre au code recherché.

* Un nombre palindrome est un nombre qui présente une symétrie, il se lit de la même manière de gauche à droite que de droite à gauche.

Ouvrir le fichier « Digicode » qui est à votre disposition sur l'ordinateur.

4. Tester chaque nombre palindrome. Quel est le nom du vaccin qui va pouvoir sauver la planète ?

Exercice numéro 4

Ada est dans un lycée de 25 classes dont les effectifs varient de 25 à 30 élèves par classe. Tous les élèves sont classés par ordre alphabétique de leur nom et à chaque nom correspond un numéro : le premier a le numéro 1, ..., le centième a le numéro 100 et ainsi de suite...

Ada a remarqué que son numéro est formé de trois chiffres consécutifs et que si on avait fait la liste à l'envers, elle aurait eu comme numéro le nombre formé avec les mêmes chiffres que le premier mais écrits dans l'ordre inverse (par exemple : 789 et 987).

Combien y-a-t-il d'élèves dans ce lycée ?