

CORRIGE DES OLYMPIADES 2015

Exercice1 :

Question 1 :

Score de Martial : $3 + 7 + 9 + 14 = 33$

La somme des cinq jetons restants est : $1 + 8 + 11 + 25 + 32 = 77$

Le score de Luc étant le double de 33 soit 66 , il a donc laissé le **11**

Question 2 :

La somme des neuf jetons est égale à 110.

Cette somme n'étant pas un multiple de 3 (le tiers de 110 n'est pas un nombre entier), les scores de chacun des joueurs ne peuvent pas être identiques.

Question 3 :

Le score de Pierre étant le triple de celui de Jean, la somme des scores de Jean (s) et Pierre (3s) est donc un multiple de 4. ($s + 3s = 4s$)

La somme des neuf jetons étant égale à 110, (qui est un multiple de 4 augmenté de 2 : $110 = 108 + 2$), on doit donc retirer un multiple de 4 augmenté de 2 pour obtenir un multiple de 4.

Le seul nombre ayant ce format est **14**.

Il reste donc pour les huit jetons tirés une somme de 96 ($110 - 14$) à répartir en 24 (le quart de 96) pour Jean et 72 (les trois quart de 96) pour Pierre.

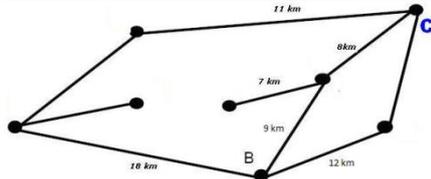
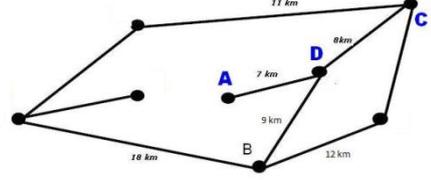
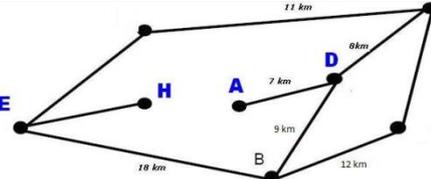
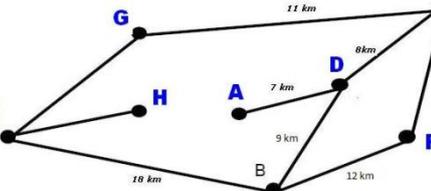
La seule façon d'obtenir 24 avec quatre jetons est : **{ 1 - 3 - 9 - 11 } : C'est le tirage de Jean**

Pierre a donc tiré les quatre autres jetons **{ 7 - 8 - 25 - 32 }**

Exercice2 :

Question 1 :

En vous aidant des informations **1**, reproduire le schéma en indiquant où sont situées les villes A, C, D, E, F, G et H.

<p><u>La ville C est reliée directement aux villes D, F et G.</u> Il y a quatre points d'où partent 3 routes. Un de ces points correspond déjà à la ville B, deux autres sont reliés à la ville B donc ne peuvent être retenus. La ville C se trouve donc au 4^{ème} de ces points.</p>	
<p><u>La ville D est reliée directement aux villes A et B</u> Cette ville D est aussi reliée à la ville C (voir au dessus). Elle est donc reliée directement à trois villes A-B et C. Parmi les deux villes restantes ayant cette caractéristique, il n'y a qu'une solution envisageable.</p>	
<p><u>La ville H est reliée seulement à la ville E.</u> Il ne reste qu'une ville reliée à une seule ville</p>	
<p><u>La ville F n'est pas reliée directement à la ville E.</u> Cette dernière information permet de clôturer le positionnement des huit villes.</p>	

Question 2 :

L'information **2** permet de trouver la longueur d'une des routes reliant directement deux villes. Quelles sont ces deux villes ? Quelle est cette longueur ?
Justifier votre réponse.

Les deux parcours sont A-D-C-G-E-H et A-D-B-E-H .

La longueur du 1^{er} parcours ((en km) est $7 + 8 + 11 + GE + EH$ soit $26 + GE + EH$

La longueur du 2^{ème} parcours ((en km) est $7 + 9 + 18 + EH$ soit $34 + EH$

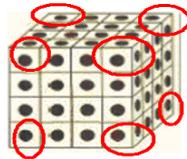
On peut en déduire que la longueur **GE est 8 km** (différence entre 34 km et 26 km) et ceci est indépendant de la longueur EH.

Exercice3:

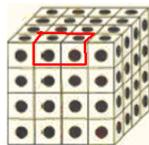
Le nombre total de petits cubes utilisés est $N \times N \times N$.

Les petits cubes ayant trois gommettes sont à chacun des huit sommets du grand cube.

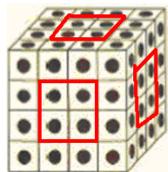
Il y en aura toujours 8.



Les petits cubes ayant deux gommettes sont sur chacune des douze arêtes du grand cube.



Les petits cubes ayant une gomme sont sur chacune des huit faces du grand cube
et forment sur celle-ci un carré de dimensions $(N-2)$



Les petits cubes sans gommettes ne se voient pas ; ils sont à l'intérieur du grand cube
et forment un autre cube d'arête $(N-2)$.

Nombre de cubes pour chaque dimension	3	4	5	N
Nombre total de petits cubes	$3 \times 3 \times 3 =$ 27	$4 \times 4 \times 4 =$ 64	$5 \times 5 \times 5 =$ 125	$N \times N \times N$
Petits cubes avec 3 gommettes	8	8	8	8
Petits cubes avec 2 gommettes	$1 \times 12 =$ 12	$2 \times 12 =$ 24	$3 \times 12 =$ 36	$(N-2) \times 12$
Petits cubes avec 1 gomme	$1 \times 6 =$ 6	$4 \times 6 =$ 24	$9 \times 6 =$ 54	$(N-2)^2 \times 6$
Petits cubes sans gomme	$1 \times 1 \times 1 =$ 1	$2 \times 2 \times 2 =$ 8	$3 \times 3 \times 3 =$ 27	$(N-2) \times (N-2) \times (N-2)$

