



## OLYMPIADES ACADEMIQUES DE MATHEMATIQUES

Cycle 3

SESSION 2020

# Concours Marcel Combès

SUJET CLASSIQUE

(Durée : 1h30 dans la matinée)

*Les calculatrices sont autorisées ainsi que le matériel usuel de géométrie et le dictionnaire. Le recours à l'usage des ordinateurs et tablettes est également possible.*

***Toute trace de recherche** sera prise en compte dans l'évaluation des copies ; toute argumentation correcte qu'elle soit de nature géométrique, calculatoire ou autre sera valorisée, une justification étant attendue pour toute réponse proposée.*

***Vous penserez par ailleurs à indiquer sur les bandeaux des copies vos NOMS, Prénoms, Classe et Etablissement (le cachet de l'établissement sera apposé sur chaque copie).***

### Exercice 1 : Dimanche

- 1) Combien de dimanches peut-il y avoir dans un mois ?
- 2) Lors d'un même mois, 3 dimanches sont des jours pairs.  
Quel jour de la semaine est alors le 20 de ce mois ?

### Exercice 2 : Scène de théâtre

La scène d'une salle de théâtre est rectangulaire, de largeur 12 mètres et de longueur 18 mètres.

Suite à une rénovation de la salle, et pour ne pas gêner le travail des acteurs, les dimensions de la scène doivent être modifiées.

Quatre contraintes apparaissent :

- cette scène doit conserver la même aire ;
- la largeur de cette scène doit être réduite ;
- la longueur de la scène ne peut pas être augmentée de plus de 9 mètres ;
- toutes les dimensions sont des nombres entiers de mètres.



- 1) L'architecte peut-il proposer comme dimensions pour une nouvelle scène une longueur de 21 mètres et une largeur de 9 mètres ?
- 2) Expliquer pourquoi la longueur choisie peut être égale à 24 mètres et la largeur à 9 mètres.
- 3) D'autres choix sont-ils possibles pour les dimensions de cette nouvelle scène ?

### Exercice 3 : Journée en enfer

Les Mathématiques sont mises en scène dans de nombreux films.

Dans « Une journée en enfer », l'inspecteur John McClane (Bruce Willis) et Zeus (Samuel L. Jackson) se trouvent aux prises avec un dangereux maître chanteur qui dépose des bombes dans New York. Dans un extrait, le maître chanteur attire l'inspecteur et son ami à proximité d'une fontaine d'eau et exige d'eux qu'ils répondent à une énigme formulée ainsi :

**« Sur la fontaine, il doit y avoir 2 bidons. L'un a une contenance de 5 litres, l'autre de 3 litres. Remplissez l'un des bidons de 4 litres d'eau exactement et placez-le sur la balance. La minuterie s'arrêtera. Soyez extrêmement précis ! Un gramme de plus ou de moins et c'est l'explosion ! »**





1) On suppose que l'eau de la fontaine peut être utilisée à volonté et peut être jetée.

- Comment obtenir 2 litres avec les deux bidons de 5 litres et 3 litres ?
- Résoudre l'énigme du film. *Le raisonnement sera mis en valeur.*
- Avec les mêmes récipients, est-il possible d'obtenir 1 litre dans l'un des bidons ? Justifier.



2) Dans les mêmes conditions, on suppose maintenant que les deux bidons ont pour contenances 8 litres et 5 litres.

Comment obtenir 6 litres dans le plus grand bidon ? Justifier en indiquant la séquence des transvasements effectués.



3) Toujours dans les mêmes conditions, on suppose maintenant que les deux bidons ont pour contenances 6 litres et 3 litres.

Est-il possible d'obtenir 2 litres dans l'un des bidons ? Justifier.




4) Dans la suite, nous considérons 3 bidons et deux mesures données à réaliser.

Attention, l'eau utilisée est **uniquement** contenue dans le plus grand bidon plein.

### Voici un exemple :

« Nous disposons de trois bidons de 12, 8 et 5 litres. Le but est de partager en deux parties égales l'eau du grand bidon plein.

La solution nécessite sept étapes à partir de l'état initial. Dans les sept premières lignes du tableau ci-dessous, chaque case surlignée montre les cas où le bidon est plein. »



12	0	0
4	8	0
4	3	5
9	3	0
9	0	3
1	8	3
1	6	5
6	6	0

**Question :** De même, en considérant trois bidons de **14, 8 et 3 litres**, indiquer les différentes étapes pour parvenir à partager en deux parties égales l'eau du plus grand bidon plein.