







Région académique
HAUTS-DE-FRANCE

CARTE 0			CARTE 1			[CARTE 2	
1	3	5	2	3	6	l i	4	5	
7	9	11	7	10	11		7	12	1
13	15	17	14	15	18		14	15	:
19	21	23	19	22	23	l i	21	22	:
25	27	29	26	27	30		28	29	-
31	33	35	31	34	35		31	36	-;
37	39	41	38	39	42		38	39	-
43	45	47	43	46	47		45	46	-
49	51	53	50	51	54		52	53	
55	57	59	55	58	59		55	60	
61	63		62	63			62	63	
									<u> </u>
	CARTE 3			CARTE 4				CARTE 5	5
8	9	10	16	17	18		32	33	
-									_
	12	13	19	20	21		35	36	
14	12 15	24	22	23	24		38	39	
11 14 25	12 15 26	24 27	22 25	23 26	24		38 41	39 42	
14 25 28	12 15 26 29	24 27 30	22 25 28	23 26 29	24 27 30		38 41 44	39 42 45	
14 25 28 31	12 15 26 29 40	24 27 30 41	22 25 28 31	23 26 29 48	24 27 30 49		38 41 44 47	39 42 45 48	
14 25 28 31 42	12 15 26 29 40 43	24 27 30 41 44	22 25 28 31 50	23 26 29 48 51	24 27 30 49 52		38 41 44 47 50	39 42 45	
14 25 28 31	12 15 26 29 40	24 27 30 41	22 25 28 31 50 53	23 26 29 48 51 54	24 27 30 49 52 55		38 41 44 47	39 42 45 48	
14 25 28 31 42	12 15 26 29 40 43	24 27 30 41 44	22 25 28 31 50 53 56	23 26 29 48 51 54 57	24 27 30 49 52 55 58		38 41 44 47 50	39 42 45 48 51	
14 25 28 31 42 45	12 15 26 29 40 43 46	24 27 30 41 44 47	22 25 28 31 50 53	23 26 29 48 51 54	24 27 30 49 52 55		38 41 44 47 50 53	39 42 45 48 51 54	

Tour de magie n°3 : Le mentaliste

Introduction:

Des nombres de 1 à 63 sont écrits sur 6 cartes numérotées de 0 à 5.

- L'élève choisis un nombre entre 1 et 63 et l'écrit sur une feuille.
- Puis il indique au mathémagicien sur quelles cartes son nombre apparaît.

Alors de manière quasi-instantanée, le magicien est capable de retrouver le nombre de l'élève en connaissant uniquement le numéro des cartes sur lesquelles il apparaît (et sans même regarder les cartes). Comment est-ce possible?

Les activités suivantes sont tirées d'un articles de Computer Science Unplugged et d'un scenario de l'IREM de Clermont-Ferrand.

Exemple(s) de scénario	Tour de magie
Niveau(x) concerné(s)	Cycle 4 (4 ^{ème} et 3 ^{ème})
Séances préalables	- Notion de puissances
	- Ecriture en binaire
Objectifs	Faire découvrir l'écriture binaire au travers d'activités ludiques.
Compétences visées	<u>Chercher</u> : S'engager dans une démarche scientifique, observer, questionner,
	manipuler, expérimenter (sur une feuille de papier, avec des objets, à l'aide de
	logiciels),
	Communiquer: Expliquer à l'oral ou à l'écrit (sa démarche, son raisonnement,
	un calcul), comprendre les explications d'un autre et argumenter dans
	l'échange.
	Raisonner: Mener collectivement une investigation en sachant prendre en
	compte le point de vue d'autrui
	Fonder et défendre ses jugements en s'appuyant sur des résultats établis et sur
	sa maîtrise de l'argumentation

Détail de la séance :

<u>Une première approche :</u>

En guise d'introduction, l'enseignant effectue le tour en classe.

Le déroulement :

L'enseignant présente aux élèves les 6 cartes sur lesquelles sont inscrits des nombres entre 1 et 63. Il est demandé aux élèves de choisir secrètement un nombre, puis d'observer sur quelles cartes leur nombre est présent.

Un élève est interrogé, indique les cartes contenant son nombre (sans communiquer son nombre). L'enseignant révèle le nombre de l'élève instantanément.

(Il arrive régulièrement qu'un élève se trompe et oublie d'indiquer l'une des cartes. En cas de mauvaise réponse, il pourra être demandé à l'élève de vérifier que les cartes nommées sont correctes, ce qui permettra à l'enseignant de vérifier ses calculs ...)

	CARTE 0	1		CARTE 1		1		CARTE 2	
1	3	5	2	3	6		4	5	6
7	9	11	7	10	11		7	12	13
13	15	17	14	15	18		14	15	20
19	21	23	19	22	23		21	22	2
25	27	29	26	27	30		28	29	3
31	33	35	31	34	35		31	36	3
37	39	41	38	39	42		38	39	4
43	45	47	43	46	47	1	45	46	4
49	51	53	50	51	54		52	53	5
55	57	59	55	58	59		55	60	6
00	37								
61	63		62	63			62	63	
		- 00					62	63	
				63 CARTE 4]	62	63 CARTE 5	5
	63				18]	62		
61	63 CARTE 3		62	CARTE 4				CARTE 5	3
8	63 CARTE 3	10	16	CARTE 4	18		32	CARTE 5	3
8 11	63 CARTE 3 9 12	10	62 16 19	CARTE 4	18 21		32 35	33 36	3
8 11 14	63 CARTE 3 9 12 15	10 13 24	16 19 22	CARTE 4 17 20 23	18 21 24		32 35 38	CARTE 5	3 3 4 4
8 11 14 25	63 CARTE 3 9 12 15 26	10 13 24 27	16 19 22 25	CARTE 4 17 20 23 26	18 21 24 27		32 35 38 41	CARTE 5 33 36 39 42	3 3 4 4 4
8 11 14 25 28	63 CARTE 3 9 12 15 26 29	10 13 24 27 30	16 19 22 25 28	CARTE 4 17 20 23 26 29	18 21 24 27 30		32 35 38 41 44	33 36 39 42 45	3 3 4 4 4
8 11 14 25 28 31	63 CARTE 3 9 12 15 26 29 40	10 13 24 27 30 41	16 19 22 25 28 31	CARTE 4 17 20 23 26 29 48	18 21 24 27 30 49		32 35 38 41 44 47	CARTE 5 33 36 39 42 45 48	3 3 4 4 4 4 4 5
8 11 14 25 28 31 42	63 CARTE 3 9 12 15 26 29 40 43	10 13 24 27 30 41 44	62 16 19 22 25 28 31 50	CARTE 4 17 20 23 26 29 48 51	18 21 24 27 30 49 52		32 35 38 41 44 47 50	CARTE 5 33 36 39 42 45 48 51	3 3 4 4 4 4 4 5 5
8 11 14 25 28 31 42 45	63 CARTE 3 9 12 15 26 29 40 43 46	10 13 24 27 30 41 44 47	62 16 19 22 25 28 31 50 53	CARTE 4 17 20 23 26 29 48 51 54	18 21 24 27 30 49 52 55		32 35 38 41 44 47 50 53	CARTE 5 33 36 39 42 45 48 51 54	3 3 4 4 4 4 4 5

Le mécanisme du tour (secret) :

Chaque nombre entier entre 1 et 63 possède une décomposition en binaire qui est unique (en 6 bits).

La répartition des nombres sur les cartes correspond à cette décomposition binaire.

Pour retrouver le nombre secret connaissant le numéro des cartes, il suffit d'ajouter la première valeur de chacune des cartes nommées par l'élève.

Exemple : L'élève indique les cartes **0**, **2**, **3**, **5**.

L'enseignant regarde la première valeur présente sur chacune des cartes citées : Ici le 1 (carte 0), le 4 (carte 2), le 8 (carte 3) et le 32(carte 5).

Il calcule ensuite leur somme 1+4+8+32=45. Il a trouvé le nombre secret.

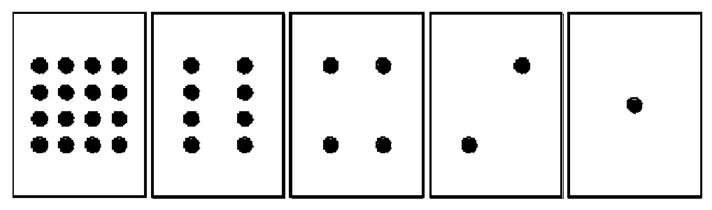
En effet $45 = 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^5$, d'où sa décomposition en binaire 101101.

Une fois le tour effectué, l'enseignant recueille les premières conjectures des élèves.

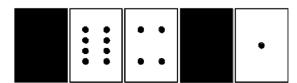
Découverte de l'écriture binaire : le jeu de cartes à points.

Découverte des puissances de 2.

L'enseignant dispose au tableau des cartes où figurent la représentation des premières puissances de 2 puis présente un exemple d'utilisation de ces cartes.



Exemple : le code 01101 correspond au nombre de points visibles si l'on révèle les cartes 0, 2 et 3. On observe alors que le code 01101 correspond au nombre 13. On dit que 01101 est l'écriture binaire de 13.



Questionnaire à renseigner par groupe :

- 1) Quels nombres sont représentés par le code 0001, 0010, 0100, 1000?
- 2) Quelle est la particularité de ces nombres ?
- 3) Coder les nombres 3, 5, 6, 15, 22.
- 4) Est-ce que tous les nombres entre 1 et 31 peuvent être représentés ?
- 5) Comment coder un nombre supérieur à 31 ? Coder 59, 70 puis 123.

Il est ensuite proposé aux élèves de compléter un tableau des écritures des nombres de 1 à 31 en binaire. (voir ci-dessous)

	24=	23=	22=	21=	20=
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					

Retour sur le tour de magie :

L'enseignant effectue une nouvelle fois le tour de magie. Les élèves sont ensuite amenés à en débattre afin de trouver la clé du tour.

Certains font le lien entre la disposition des nombres écrits sur les cartes et leur décomposition en binaire.

Il pourra ensuite leur être demandé de formaliser l'explication du tour à l'écrit par binôme, dans le but de vérifier que l'ensemble de la classe a bien compris le fonctionnement du tour.

L'élève mathémagicien :

Après explication du tour, les rôles sont inversés. L'enseignant choisit secrètement un nombre, indique les cartes sur lesquelles il est présent. Les élèves ont alors à déterminer le nombre choisi par l'enseignant.

Codes secrets

les mots croisés :

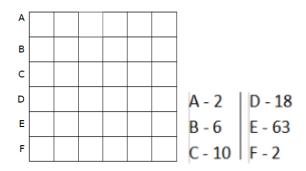
Énoncé:

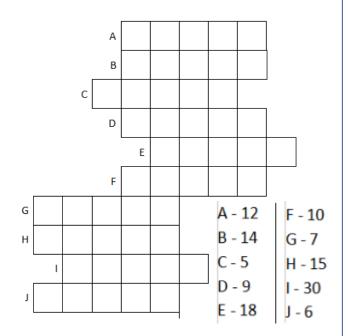
Les définitions sont des nombres entiers. Codez-les en binaire dans la grille.

Le puzzle :

Énoncé:

Les définitions sont des nombres décimaux. Codez-les en binaire dans la grille, puis coloriez les cases contenant un 1 en noir. Vous verrez apparaître un dessin.





Le code secret :

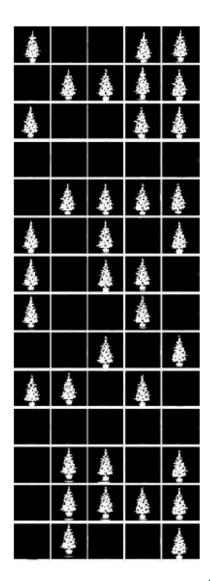
1) Déchiffre ces nombres codés :

2) Tom est pris au piège à l'étage supérieur d'un grand magasin. Noël approche et il veut rentrer à la maison avec ses cadeaux. Que peut-il faire ? Il a essayé d'appeler, et même de crier, mais il n'y a plus personne. Il peut voir de l'autre côté de la rue quelqu'un qui travaille à l'ordinateur tard ce soir.

Comment pourrait-il attirer son attention ? Tom regarde autour de lui et cherche ce qu'il pourrait utiliser. Il a alors une brillante idée : il peut utiliser les lumières de l'arbre de Noël pour lui envoyer un message ! Il trouve toutes les lumières et les branche de manière à pouvoir les allumer et les éteindre. Il utilise un code binaire simple, dont il est sûr que la personne de l'autre côté de la rue le comprendra.

Pouvez-vous le trouver?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
а	b	O	d	a	f	g	h	i	j	k	l	m
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
n	0	р	q	r	S	t	u	V	w	X	у	Z



Outils ou fonctionnalités	Les apports	<u>Les freins</u>
 <u>utilisées</u> Cartes imprimées avec les premières puissances de 2 	- Interaction entre les élèves et l'enseignant. Activité sous forme de débat.	- Passage à l'écrit difficile.
- Cartes imprimées contenant les nombres entre 1 et 63.	- Activité ludique et motivante	
- Impression du questionnaire, du tableau des nombres binaires et des jeux.	- L'élève est amené à être acteur.	
- Notion de puissances		

Prolongements:

- Conversion de nombres entiers en binaire :
 Les élèves peuvent être amenés à réfléchir à un algorithme permettant la conversion d'un nombre entier en binaire.
- Réalisation des cartes du tour de magie par les élèves.

Documents joints:

- cartes_grandes.pdf
- cartes_a_points_petites.pdf
- cartes_a_points.pdf
- questions.pdf
- grille_eleve.pdf
- codes secrets.pdf
- codes_secret1.pdf

Liens utiles

http://csunplugged.org/wp-content/uploads/2014/12/01 fr Ecriture binaire.pdf http://www.irem.univ-bpclermont.fr/Informatique-sans-Ordinateur