



**ACADÉMIE
D'AMIENS**

*Liberté
Égalité
Fraternité*

**OLYMPIADES INTER-ACADÉMIQUES
DE
MATHÉMATIQUES**

Classes de quatrième

Concours René Merckhoffer

Mardi 23 mars 2021

Sujet algorithmique

Durée de l'épreuve : 2 heures

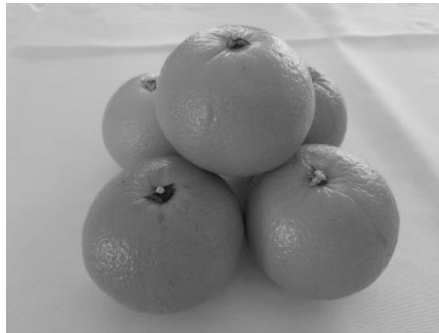
Les calculatrices et le matériel de géométrie sont autorisés.

Les quatre exercices sont à traiter. Les candidats sont invités à faire figurer sur les copies les traces de leurs recherches et les résultats, même partiels, auxquels ils sont parvenus.

Exercice 1

Pyramides d'oranges

Sur l'étal du marchand, tous les fruits sont rangés. Les oranges sont organisées en pyramides à base carrée. L'étage du haut comporte une seule orange. Cet étage est noté $E1$. L'étage au-dessous sera noté $E2$, et ainsi de suite. Chaque orange est posée sur quatre autres.



1. **a.** Combien d'oranges comporte l'étage $E2$?
- b.** Combien d'oranges comporte l'étage $E3$?
- c.** Combien d'oranges comporte l'étage $E10$?
- d.** Y a-t-il un étage comportant exactement 64 oranges ?
- e.** Y a-t-il un étage comportant exactement 200 oranges ?

2. Combien d'oranges comporte :

- a.** une pyramide à 2 étages ?
- b.** une pyramide à 3 étages ?
- c.** une pyramide à 10 étages ?

3. Les oranges de l'étal ont été organisées pour former une pyramide à sept étages. La pyramide se révèle malheureusement trop instable et il faut en former de plus petites. Proposer une organisation en pyramides à base carrée permettant de ranger toutes les oranges. Toutes les pyramides seront complètes et chacune comptera au minimum 3 étages.

Exercice 2

Salle de spectacle

Le directeur d'une salle de spectacle de 9 000 places organise concert.

Il souhaite fixer le prix du billet pour optimiser sa recette.

Pour cela, il dispose d'une calculatrice et d'un ordinateur sur est installé un tableur.



un

lequel

Une étude de marché lui apprend que :

- si le prix du billet est de 45 euros, il vend 4 000 billets ;
- chaque baisse de 0,80 euros sur le prix du billet lui permet de vendre 100 billets supplémentaires.

| | A | B | C |
|---|---------------------------|--------------------------|--------------------|
| 1 | Prix du billet (en euros) | Nombre de billets vendus | Recette (en euros) |
| 2 | 45 | 4000 | =A2*B2 |
| 3 | 44,2 | | |

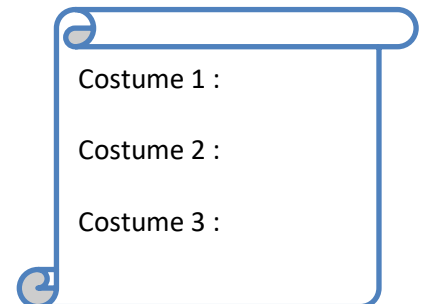
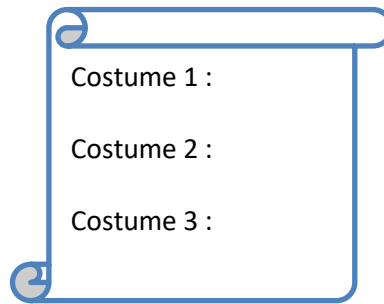
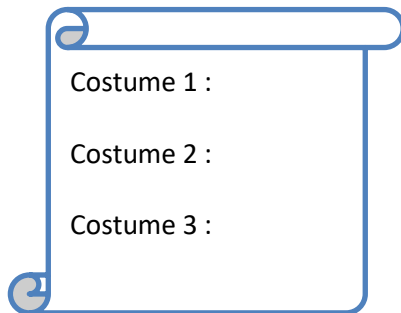
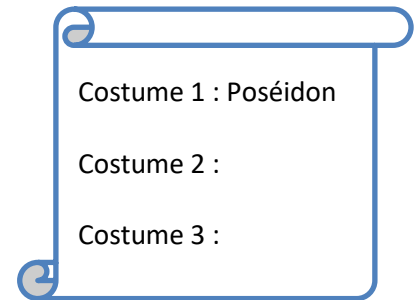
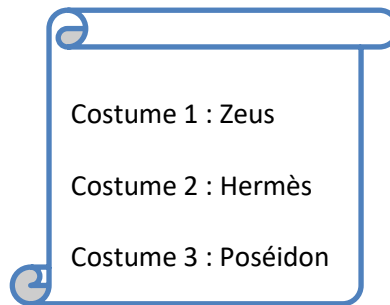
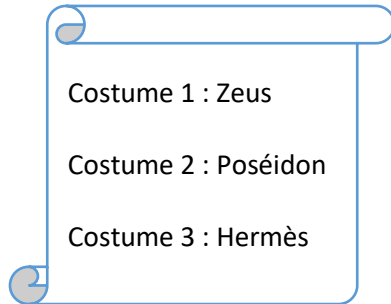
Déterminer le prix du billet pour que la recette soit maximale.

Exercice 3 Changement de costume

Achille, acteur dans un grand théâtre grec, est en représentation 6 soirs par semaine.
La pièce est composée de 3 actes et pour chaque acte, un changement de costume en dieu grec est imposé : Zeus, Poséidon et Hermès.

Partie A : Changement de costumes

En loge, le costumier possède les 6 cartes suivantes listant l'ordre de passage des 3 costumes :



Question n°1 : Complète les listes pour donner toutes les possibilités d'ordre de passage des costumes.

Chaque carte possède un numéro secret : 1, 2, 3, 4, 5 ou 6. Achille annonce au costumier un nombre entier compris entre 1 et 6. Ce dernier prend la carte associée au numéro annoncé et prépare les costumes dans l'ordre écrit sur la carte.

Question n°2 : Ouvrir le fichier Scratch "**changement de costumes au théâtre grec**". Si le nombre annoncé par Achille au costumier est « 5 », parmi les trois boucles « Si... alors » du programme, laquelle sera exécutée ? Justifie ta réponse. Quel sera alors l'ordre de passage des costumes ?

Question n°3 : Quel nombre doit être annoncé par Achille pour avoir les costumes Hermès – Poséidon – Zeus dans cet ordre ? Justifie ta réponse.

Partie B : popularité des costumes

Un nombre de points de popularité est octroyé à la fin de chaque représentation.

A chaque fois qu'Achille se présente avec le costume :

Zeus, le nombre de points est divisé par 2 ;

Poséidon, on ajoute 5 points ;

Hermès, on multiplie le nombre de points par 6.

A la fin des 3 actes, on enlève 30 points.

Question n°4 : Ouvrir le fichier Scratch suivant : "**score final Zeus Poséidon Hermès questions 4 5 6 7**"

Lundi soir, Achille démarre avec 100 points et il enfle dans cet ordre les costumes : Zeus – Poséidon – Hermès.

Quel est le nombre de points de popularité à la fin de cette représentation ?

Question n°5 : Mardi soir, Achille démarre avec 120 points et il enfile dans cet ordre les costumes : Zeus – Poséidon – Hermès.

Quel est le nombre de points de popularité à la fin de cette représentation ?

Question n°6 : Quelle relation semble-t-il exister entre le nombre de points au démarrage et le nombre de points à la fin de la représentation lorsque l'ordre des costumes est : Zeus – Poséidon – Hermès ?

Question n°7 : Mercredi soir, pour la 3^{ème} soirée consécutive, Achille enfile dans cet ordre les costumes : Zeus – Poséidon – Hermès.

A la fin de la représentation, il obtient 378 points.

Avec combien de points est-il parti au départ de sa représentation ?

Question n°8 : Jeudi soir, Achille démarre avec 100 points et il finit sa représentation avec 275 points.

Dans quel ordre a-t-il alors enfilé les 3 costumes ?

Question n°9 : Vendredi soir, le costumier est fatigué. C'est la pagaille dans les loges. Il a perdu toutes ses cartes indiquant l'ordre des costumes. Achille a enfilé 3 fois le même costume et a démarré avec 100 points.

Quels sont les scores finaux possibles ?

Question n°10 : Rien ne va plus. Samedi soir pour la dernière, Achille aura enfilé 2 fois le même costume. Il a démarré avec 100 points et fini avec 120 points.

Quels costumes a-t-il enfilé et dans quel ordre ?

Exercice 4 Chamboule-tout

Sur la figure ci-contre, les aires de six carrés ont été indiquées.

Un des sommets du carré oblique blanc coïncide avec un des sommets du carré d'aire 1.

Quelle est l'aire de ce carré ?

