

RAISONNEMENT PAR IMPLICATION

Voie : GT

Source du document : MEN-SG-DEPP

Domaine : Géométrie du raisonnement

Sous domaine : Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer

Compétence : Raisonner

Item 25 :

Sur la figure ci-contre,
les droites (AB) et (EF) sont parallèles,
les droites (AB) et (AE) sont perpendiculaires.

Si l'on construit une droite (CD) perpendiculaire à la droite (AE) , alors :

- les droites (CD) et (BF) seront perpendiculaires
- les droites (CD) et (EF) seront sécantes
- le point D sera obligatoirement aligné avec B et F
- les droites (CD) et (EF) seront parallèles

Réponse attendue :	Les droites (CD) et (EF) sont parallèles
Descriptif de la tâche :	Mener des raisonnements et s'initier à la démonstration en utilisant les propriétés des figures. Réponse 1 : l'élève qualifie de perpendiculaires des droites qui ne sont que sécantes. Réponse 2 : l'élève confond la droite (EF) avec la droite (BF) , ou bien l'élève confond les termes <i>parallèles</i> et <i>sécantes</i> . Réponse 3 : l'élève, dans sa construction mentale de la droite (CD) , place nécessairement le point D à l'intersection des droites (BF) et (CD) .
Positionnement :	Maîtrise satisfaisante Palier 1

Commentaires pédagogiques

Analyse des difficultés

L'item repose sur la connaissance des notions de parallélisme et de perpendicularité de droites et des théorèmes qui s'y réfèrent. La droite (CD) n'étant pas représentée sur la figure, l'item fait appel au raisonnement par implication et non à l'observation. Il s'agit ici de mobiliser successivement deux propriétés, à savoir :

- 1) Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles.
- 2) Si deux droites sont parallèles entre elles, alors toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre.

La présence redondante de la droite (BF) a pu troubler certains élèves dans la construction mentale de la droite (CD).

Analyse des distracteurs

Les distracteurs sont analysés dans le descriptif de la tâche. Les réponses 1 et 2 relèvent sans doute de confusions au niveau du vocabulaire. La réponse 3 traduit la difficulté que peut avoir un élève à concevoir une droite (CD) définie par une caractérisation (passer par C et être perpendiculaire à (AE)) et non par la connaissance explicite de deux points.

Pistes de différenciation pédagogique

Simplifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau de maîtrise fragile

- Remplacer la réponse 4 par « les droites (CD) et (AB) sont parallèles », pour n'utiliser que le premier théorème mentionné dans l'analyse des difficultés.
- Représenter la droite (CD).

Complexifications possibles de l'item

- 1) Pour en faire un item correspondant au niveau de maîtrise satisfaisant palier 2

Noter C' et D' les points d'intersection de la droite (CD) avec les droites (AE) et (BF) et demander la nature du quadrilatère C'D'FE avec comme propositions de réponses :

- un parallélogramme
- un rectangle
- un trapèze rectangle
- un trapèze rectangle isocèle

- 2) Pour en faire un item correspondant à un très bon niveau de maîtrise

Rédiger une démonstration pour prouver le résultat choisi.

Remédiations

1) Pour développer la maîtrise des notions de parallélisme et de perpendicularité

Construction de figures à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

2) Pour développer progressivement le raisonnement déductif

a) Activité 1

Demander de reproduire la figure et, dans un premier temps, de noter les droites qui « semblent » être parallèles, et celles qui semblent être perpendiculaires.

Proposer trois théorèmes :

Théorème 1 : « si deux droites d_1 et d_2 sont parallèles à une même droite d_3 , alors d_1 et d_2 sont parallèles » ;

Théorème 2 : « si deux droites d_1 et d_2 sont parallèles, alors toute droite d' perpendiculaire à d_1 est perpendiculaire à d_2 » ;

Théorème 3 : « si deux droites d_1 et d_2 sont perpendiculaires à une même droite d' , alors d_1 et d_2 sont parallèles » ;

Demander d'identifier les droites de l'énoncé auxquelles peuvent s'appliquer ces théorèmes et d'en déduire les positions relatives de ces droites.

b) Activité 2

Proposer, dans le désordre, les différentes étapes du raisonnement permettant de démontrer que les droites (CD) et (EF) sont parallèles et demander de les mettre dans le bon ordre en les reliant de manière logique (par oral et par écrit).

Exemple :

- 1) Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles.
- 2) Les droites (CD) et (EF) sont parallèles.
- 3) Les droites (AB) et (EF) sont parallèles.
- 4) Les droites (AB) et (AE) sont perpendiculaires.
- 5) Si deux droites sont parallèles, alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
- 6) Si deux droites sont parallèles à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.
- 7) La droite (AE) est perpendiculaire à la droite (EF).
- 8) La droite (CD) est perpendiculaire à la droite (AE).

Éléments du programme de seconde permettant de remobiliser le raisonnement déductif en géométrie

Consolider les notions sur les configurations géométriques abordées au collège et prolonger leur étude.

Ressources

- Attendus de fin d'année en mathématiques (classe de 3e)
https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Attendus_et_reperes_C2-3-4/74/8/18-Maths-3e-attendus-eduscol_1114748.pdf
- Document ressource cycle 4 « Reasonner ».
https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Competences_travaillees/83/6/RA16_C4_MATH_raisonner_547836.pdf
- Document ressource cycle 4 « Géométrie plane ».
https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Geometrie_plane/31/2/RA16_C4_MATH_geo_plane_doc_maitre_574312.pdf