

La suite de Syracuse d'un nombre entier $N > 0$ est définie par récurrence de la façon suivante :
 $u_0 = N$ et pour tout entier naturel $n > 0$:

$$u_{n+1} = \begin{cases} \frac{u_n}{2} & \text{si } u_n \text{ est pair} \\ 3u_n + 1 & \text{si } u_n \text{ est impair} \end{cases}$$

Une conjecture (donc toujours non démontrée à l'heure actuelle) affirme que pour tout entier N , il existe un indice n tel que $u_n = 1$.

Partie 1

On considère en langage Python la fonction `syracuse(N, n)` renvoyant le terme u_n avec $u_0 = N$:

```
def syracuse(N,n):
    u = N
    for i in range(1, n+1):    # pour i allant de 1 à n

        if u%2==0:    # u%2: reste de la division euclidienne de u par 2
            u = u//2    # u//2: quotient de la division euclidienne de u par 2
        else:
            u = 3*u+1
    return u
```

1. Saisir le programme précédent dans EduPython par exemple.
2. Exécuter la fonction afin d'obtenir les 5 premiers termes de la suite avec $N = 1$ et vérifier que les résultats fournis par le programme correspondent à ceux trouvés à la main.

Partie 2

Voici une fonction retournant la liste des n premiers termes de la suite de Syracuse :

```
def listesyracuse(N, n):
    L = []
    for i in range(n):    # pour i allant de 0 à n-1
        L = L+[syracuse(N, i)]
    return L
```

Déterminer la liste des 30 premiers termes de la suite de Syracuse pour N allant de 1 à 15. Que remarquez-vous? La conjecture est-elle vérifiée?

Partie 3

On veut construire une fonction donnant le plus petit entier n de la suite de Syracuse d'un nombre entier N tel que $u_n = 1$

1. Compléter le programme suivant :

```
def dureedevol(N):
    n = 0
    while .....:
        .....
    return .....
```

2. Vérifier que le programme retourne 17 pour $N = 15$ et 46 pour $N = 127$.

3. Tester le programme en prenant pour valeur de N votre année de naissance!

Partie 4

On veut créer la liste comportant pour chaque valeur de N allant de 1 à k le plus petit entier n tel que $u_n = 1$.

1. Compléter le programme suivant :

```
def listedureedevol(k):
    L = [] # []: liste vide
    for i in range(1, k+1):
        L = L+.....
    return .....
```

2. Visualiser la liste obtenue pour $k = 200$. Que remarquez-vous?

Partie 5

On cherche à représenter en ABSCISSE l'entier N pour N allant de 1 à k et, en ORDONNEE, le plus petit entier n tel que $u_n = 1$.

Compléter le programme suivant :

(penser à mettre au début du fichier python : `from matplotlib import *` ou `from pylab import *` afin de pouvoir afficher le graphique)

```
def graphe(k):
    Listex=.....
    Listey=.....
    return plot(Listex,Listey)
```