1. Mise en route

✯ EXERCICE 1

1. Écrire plus simplement $\sqrt{25}$, $\sqrt{2}+\sqrt{8}$.
2. Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers, a étant le plus grand possible : $\sqrt{540}$, $\sqrt{1000}$.

✯ EXERCICE 2

☞ logique et raisonnement

- Méthode 1 : on transforme par étapes successives un membre de l'égalité à démontrer pour obtenir le second. Prouver ainsi que $1+2\sqrt{5})^2 = 21+4\sqrt{5}$.
- Méthode 2 : on transforme m et p pour démontrer que m et p sont égales à une même troisième expression. Prouver ainsi que $(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})^2 = 2(\sqrt{2}+1)(\sqrt{3}+1)+4$.
- Méthode 3 : o Méthode 3 : on considère $m-p$ et on démontre que cette expression est nulle.

  Utiliser cette méthode pour prouver que $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$.

✯ EXERCICE 3

Comparer, sans calculatrice, $\sqrt{9}+\sqrt{16}$ et $\sqrt{9+16}$, puis $\sqrt{6}+\sqrt{5}$ et $\sqrt{6+5}$.

✯ EXERCICE 4

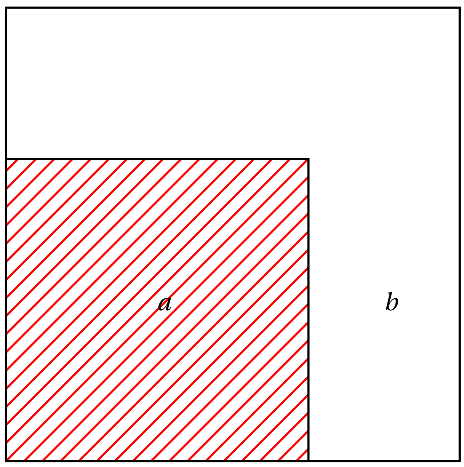
Les longueurs sont mesurées en cm et les aires en cm^2.

1. On considère un carré d'aire x et on fait correspondre à x la longueur du côté de ce carré. On définit ainsi une fonction r. Exprimer cette fonction ainsi que son ensemble de définition.
2. Faire tracer par la calculatrice la courbe $\mathscr{C}$ représentant r . Qu'observe-t-on quant au sens de variation de r ?
3. On considère deux réels a et b tels que $0 \leqslant a < b$.
   Comparer la longueur des côtés des carrés d'aire a et b de deux façons différentes :

   a.

   b. En conjecturant le résultat puis en faisant un raisonnement par l'absurde (On pourra utiliser le sens de variation de la fonction carré).

   c. En utilisant un raisonnement direct.



✯ EXERCICE 5

☞ R.O.C

On considère la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{1}{x}$.

Établir le tableau de variation de f et construire la courbe $\mathscr{C}$ représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

Rappeler la particularité géométrique de $\mathscr{C}$.

De quelle propriété de f cette particularité provient-elle ?

✯ EXERCICE 6

☞ Comparaison de deux nombres

Dans les questions précédentes, il a été demandé à plusieurs reprises de comparer deux nombres : citer ces différents exemples. Récapituler les méthodes utilisées. Essayer d'en citer d'autres…

2. Activités d'introduction pour le nombre dérivé

⸾ Avant dérivée et tangente en un point ...

✯ EXERCICE 7

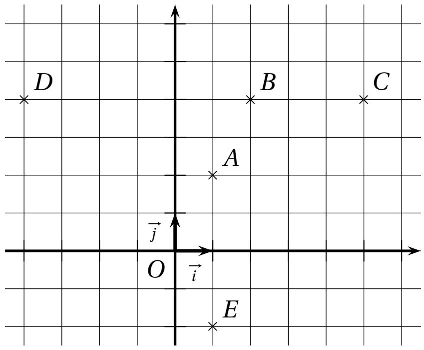
Objectif : Revoir la notion de coefficient directeur d'une droite et les équations de droites.

On donne les points A, B, C, D et E sur la figure ci-dessous :

1. Déterminer, s'il existe, le coefficient directeur de chacune des droites :

   a. $(AB), (AC), (CA)$ et (BE).

   b. $(DA), (BC), (AE)$ et (DE).



2. Soient deux points distincts $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ dans un repère $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Donner l'expression du coefficient directeur de la droite (AB) après avoir précisé à quelle condition il existe.
   (Revoir ou introduire les notations $\Delta x, \Delta y$).
3. Soient f une fonction définie sur un ensemble $\mathscr{D}$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. On considère sur $\mathscr{C}$ le point A d'abscisse a ($a \in \mathscr{D}$) et le point M d'abscisse $a+h$ avec h réel non nul tel que $a+h \in \mathscr{D}$. Donner l'expression du coefficient directeur de la droite (AM) .
4. Soient les points A, B et C de la question précédente.

   a. Déterminer une équation de la droite (AB).

   b. Déterminer une équation de la droite parallèle à la droite (AB) passant par C.

✯ EXERCICE 8

Vitesse moyenne – Vitesse instantanée

Objectif :Réinvestir des connaissances (calculs de distances, de vitesse, retour sur coefficient directeur...) , introduire la notion de limite en 0 et de nombre dérivé, et aussi introduire la notion de tangente à une courbe comme « position limite » des sécantes.

On lâche une bille sans vitesse initiale d'une tour de 80 m. D'après les lois de la physique, si cette bille est assez lourde et lisse, elle n'est pas soumise à la résistance de l'air et la distance qu'elle parcourt, depuis son lâcher à l'instant 0 jusqu'à l'instant t est (approximativement) $d = 4,9t^2$ où t est en secondes et d en mètres.
(On peut observer que cette distance est indépendante de la masse de l'objet qui tombe).

Partie A

1. Au bout de combien de temps la bille atteint-elle le sol ?
2. Déterminer la distance qu'elle aura parcourue au bout d'une seconde, deux secondes, trois secondes.
   On s'intéresse maintenant à la vitesse de cette bille. (On rappelle que la vitesse est égale au rapport de la distance parcourue par le temps de parcours).
3. Quelle est la vitesse moyenne de la bille pendant son parcours total ?

4. Compléter le tableau suivant en indiquant pour chaque intervalle de temps la distance parcourue et la vitesse moyenne correspondante :

Intervalle	$[0;1]$	$[0;2]$	$[0;3]$	$[0;4]$	$[1;2]$	$[1;4]$	$[2;3]$	$[3;4]$
Distance parcourue								
Vitesse moyenne								

5. Quelle semble être l'évolution de la vitesse au cours de cette chute ?

On notera $d(t)$ la distance parcourue à l'instant t. La vitesse moyenne sur l'intervalle $[a;b]$ est $\dfrac{d(b)-d(a)}{b-a}$. Ce rapport correspond à $\dfrac{\text{variation de distance}}{\text{variation de temps}}$.

Si on note t et $t+h$ les bornes de l'intervalle, la vitesse s'écrit alors $\dfrac{d(t+h)-d(t)}{h}$ avec h qui représente la durée.

6. Tracer la courbe Γ représentant d avec pour unités 5 cm pour 1 s en abscisse et 1 cm pour 5 m en ordonnée. Placer les points A, B et C de Γ d'abscisses respectives 2, 1 et 3. Que représentent les coefficients directeurs des droites (AB) et (AC) ?

Partie B On voudrait maintenant déterminer la vitesse instantanée à un moment donné, de la même façon que le compteur d'une automobile indique la vitesse au moment où on le regarde.
On sait qu'au bout de 2 secondes, la bille a parcouru 20 m, que sa vitesse sur $[0;2]$ est de 10 ms^{-1}, sur $[1;2]$, 15 ms^{-1} sur $[2;3]$, 25 ms^{-1}. Peut-on déterminer sa vitesse à l'instant $t=2$?

1. Calculer les vitesses moyennes de la bille sur les intervalles $[2;2,5]$ et $[2;2,1]$.

2. Placer les points P et R d'abscisses 2,1 et 2,5 sur la courbe Γ de la première partie et interpréter graphiquement les deux vitesses moyennes précédentes.

3. Calculer les vitesses moyennes de la bille sur les intervalles $[2;2,01]$ et $[2;2,001]$.

4. La vitesse moyenne sur un intervalle de longueur un millième de seconde peut être considérée comme une bonne approximation de la vitesse instantanée, mais on peut aller plus loin.
On se place sur l'intervalle$[2;2+h]$ où h est un nombre réel « petit ». On a déjà vu que la vitesse moyenne sur cet intervalle est $\dfrac{d(2+h)-d(2)}{h}$.
   a. Calculer puis simplifier au maximun cette expression.
   b. Quand on remplace h par des valeurs aussi proches de 0 que l'on veut (on dira qu'on fait « tendre h vers 0 »), on constate que les vitesses moyennes sur l'intervalle $[2;2+h]$ » tendent vers une valeur limite ». Quelle est cette valeur à 0,1 près ?
   c. Quelle vitesse instantanée de la bille à $t=2$ s peut-on proposer ?

5. Interprétation graphique : On appelle M le point d'abscisse $2+h$ de Γ.
Quand h « tend vers 0 », que fait le point M ? Que peut-on dire des droites (AM) ?

☆ EXERCICE 9
À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique introduire la notion de tangente en un point d'une courbe et nombre dérivé.