Loi géométrique tronquée

On lance un dé à six faces bien équilibré.

Une partie se déroule de la manière suivante : on lance le dé et on observe le résultat obtenu. Si la face est 6, la partie s'arrête. Sinon on relance le dé autant de fois que nécessaire pour obtenir un 6, mais on ne peut pas relancer le dé plus de 15 fois. On considère que les lancers sont indépendants.

On désigne par k la variable aléatoire qui indique le numéro du lancer où l'on obtient le 6 et où la partie s'arrête.

1. Simuler une partie à l'aide du tableur.
2. Sur un échantillon de 2000 parties, quelle est la fréquence de l'événement $k=5$?
3. Déterminer la probabilité pour que $k=5$. Comparer les résultats.
4. Calculer $P(k=10)$, $P(k=15)$.
5. Quelle est la probabilité de perdre la partie ?
6. Calculer l'espérance et la variance de k.

```
# p lancers de dé - loi geometrique tronquee
from random import *
e=input('nombre d echantillons')
k=input('k=?')
f=0
p=input('nombre de lancers')
for j in range(1,e+1):
# une partie
# on arrête dès que le six sort. i=numero du lancer final
   i=1
   while i<p+1 and randint(1,6)<>6:
      i=i+1
# résultats
   if i==k:
      f=f+1.
# fréquence de k=
print(f/e)
```

Loi géométrique

On lance un dé à six faces bien équilibré.

Une partie se déroule de la manière suivante : on lance le dé et on observe le résultat obtenu. Si la face est 6, la partie s'arrête. Sinon on relance le dé autant de fois que nécessaire pour obtenir un 6. On considère que les lancers sont indépendants.

On désigne par k la variable aléatoire qui indique le numéro du lancer où l'on obtient le 6 et où la partie s'arrête.

1. Déterminer la probabilité pour que $k=5$.
2. Calculer $P(k=10)$, $P(k=25)$.

3. La partie peut-elle continuer indéfiniment ? Dans ce cas, on considère que la face 6 apparaît au terme d'un nombre infini de lancers. Préciser la probabilité *P(k=+infini).*

On doit que k suit une loi géométrique.

```
# p lancers de dé - loi géométrique
from random import *
e=input('nombre d echantillons')
k=input('k=?')
f=0

for j in range(1,e+1):
# une partie
# on arrête dès que le six sort. i=numero du lancer final
    i=1
    while randint(1,6)<>6:
        i=i+1
# résultats
    if i==k:
        f=f+1.
# fréquence de k=
print(f/e)
```

Loi binomiale :

On lance un dé à six faces bien équilibré.

Une partie se déroule de la manière suivante : on lance le dé et on observe le résultat obtenu. On relance ainsi le dé 4 fois. On désigne par *k* la variable aléatoire qui indique le nombre de 6 obtenus à la fin de la partie. On considère que les lancers sont indépendants.

1. Simuler une partie à l'aide du tableur.
2. Sur un échantillon de 2000 parties, quelle est la fréquence de l'événement $k=3$?
3. A l'aide d'un arbre, déterminer la probabilité pour que $k=3$. Comparer les résultats.
4. Quelle est la probabilité de l'évènement 6652 ?
5. Quelle est la probabilité de l'évènement 1636 ?
6. Calculer $P(k=0)$, $P(k=1)$, $P(k=2)$, $P(k=4)$.
7. Calculer l'espérance et la variance de *k*.

On dit que k suit une loi binomiale.

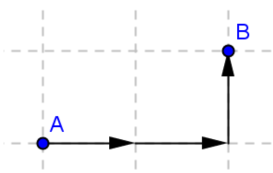
```
# p lancers de dé - loi binomiale
from random import *
e=input('nombre d echantillons')
#nombre de lancers
p=4
total0=0.
total1=0.
total2=0.
total3=0.
total4=0.
```

```
for j in range(1,e+1):
# une partie
    k=0
# on compte les six obtenus
    for i in range(1,p+1):
        d=randint(1,6)
        if d==6:
            k=k+1.
    if k==0:
        total0=total0+1
    if k==1:
        total1=total1+1
    if k==2:
        total2=total2+1
    if k==3:
        total3=total3+1
    if k==4:
        total4=total4+1
# fréquence de k=
print 'k=0',total0/e
print'k=1',total1/e
print'k=2',total2/e
print'k=3',total3/e
print'k=4',total4/e
```

Déplacements et combinaisons

Sur une grille, on cherche à se déplacer du point A au point B. Il n'y a que deux types de déplacements possibles : une case vers la droite →, une case vers le haut ↑.

1.



Sur la figure ci-dessus, →→↑ est un chemin possible.

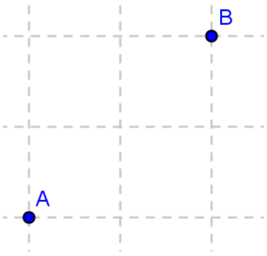
a) Donner un autre chemin ralliant A à B.

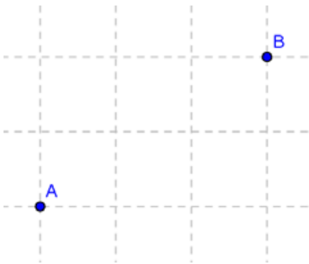
b) Remarquer que, si l'on connaît le nombre total de déplacements, connaître un chemin revient à savoir placer les déplacements horizontaux, ou alors savoir placer les déplacements verticaux. On parle de combinaison.

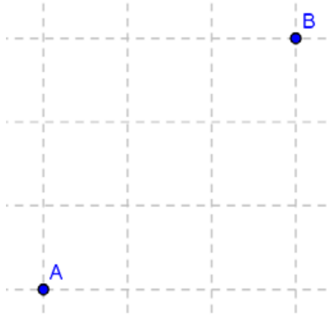
c) Donner tous les chemins possibles ralliant A à B. Ce nombre est la combinaison de 2 parmi 3 (2 déplacements horizontaux pour 3 déplacements) ou encore de 1 parmi 3 (1 déplacement vertical pour 3 déplacements).

d) On les note respectivement $\binom{3}{2}$ et $\binom{3}{1}$. On a $\binom{3}{2}=\binom{3}{1}$.

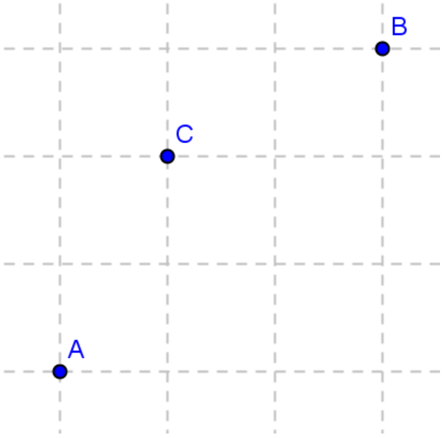
2. Donner le nombre de chemins possibles ralliant A à B pour les figures ci-dessous :

a) 

b) 

c) 

3. Dans cette figure, quelle est la probabilité qu'un chemin ralliant A à B, choisi au hasard, passe par le point C ?



Triangle de Pascal

Fichier tableur (calculs et représentation graphique) pour observer les propriétés des coefficients binomiaux.