On désigne ici par *f* la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

```
> f:=a->Int(exp(-x^2/2)/sqrt(2*Pi),x=-infinity..a);
```

$$f := a \to \int_{-\infty}^{a} \frac{e^{\left(-\frac{x^2}{2}\right)}}{\sqrt{2\,\pi}}\,dx$$

Les tables donnent la plus petite valeur de *a* pour laquelle *P(X<a)=0,975*

```
> f(1.96);
```

$$\int_{-\infty}^{1.96} \frac{\frac{1}{2}\,e^{\left(-\frac{x^2}{2}\right)}\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}\,dx$$

```
> evalf(%);
```

$$0.9750021049$$

Les tables donnent la plus grande valeur de *b* pour laquelle *P(X<b)=0,025*

```
> f(-1.96);
```

$$\int_{-\infty}^{-1.96} \frac{\frac{1}{2}\,e^{\left(-\frac{x^2}{2}\right)}\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}\,dx$$

```
> evalf(%);
>
```

$$0.02499789515$$

La probabilité *P(b<X<a)* est donc :

```
> f(1.96)-f(-1.96);
```

$$\int_{-\infty}^{1.96} \frac{\frac{1}{2}\,e^{\left(-\frac{x^2}{2}\right)}\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}\,dx - \int_{-\infty}^{-1.96} \frac{\frac{1}{2}\,e^{\left(-\frac{x^2}{2}\right)}\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}\,dx$$

```
> evalf(%);
```

$$0.9500042098$$

Ceci permet d'obtenir les formules relatives à l'intervalle de fluctuation au seuil de 95%.

Si on désigne par F(n) la variable aléatoire donnant la fréquence d'un caractère dont la probabilité est *p* dans un échantillon de taille *n*, on montre que la variable aléatoire $X = \dfrac{\mathrm{F}(n) - p}{\sqrt{\dfrac{p\,(1-p)}{n}}}$ suit la loi normale centrée réduite.

On a d'après ce qui précède

$$P(-1.96<X<1.96)=0.95$$

d'où

$$-1.96<X<196$$

soit encore

$$p - \frac{1.96}{\sqrt{\dfrac{p\,(1-p)}{n}}} < \mathrm{X} < p + \frac{1.96}{\sqrt{\dfrac{p\,(1-p)}{n}}}$$

L'étude de la fonction $\sqrt{\dfrac{p\,(1-p)}{n}}$ permet de majorer brutalement $\dfrac{1.96}{\sqrt{\dfrac{p\,(1-p)}{n}}}$ par $\dfrac{1}{\sqrt{n}}$.

On obtient ainsi un intervalle de fluctuation plus large :

$$p - \frac{1}{\sqrt{n}} < \mathrm{F}(n) < p + \frac{1}{\sqrt{n}}$$