

## Atelier le calcul formel

Comment utiliser les réponses renvoyées par un logiciel de calcul formel ?

1	$f(x) := (x-2)^2 \cdot (x+1)$	$x \rightarrow (x-2)^2 \cdot (x+1)$
2	$\text{deriver}(f(x))$	$2 \cdot (x-2) \cdot (x+1) + (x-2)^2$
3	$\text{resoudre}(f(x)=0)$	$[-1, 2]$
4	$\text{resoudre}(f(x)>0)$	$[(x>(-1)) \&\& (x<2), x>2]$
5	$\text{fMin}(f(x), x=-2..3)$	-2
6	$\text{fMax}(f(x), x=-2..3)$	(0, 3)

Progression possible au lycée en calcul formel (compléter le tableau avec les classes, 2<sup>nde</sup>, 1<sup>ère</sup>, term en donnant des exemples)

Calcul formel	Seconde	Première	Terminale
Traiter une expression algébrique			
Traiter une équation			
Traiter une inéquation			
Différentes écritures d'une même expression			
Aide à conjecturer			
Aide les élèves en difficultés			
....			

Donner des exemples d'application du calcul formel en terminale dans les différentes parties du programme.  
Des exemples dans vos classes cette année...

Les différentes questions possibles sur le calcul formel :

Comprendre et analyser les réponses d'un logiciel ;

Conjecturer avec le calcul formel ;

Autocorrection avec le logiciel ;

Les différents types de logiciel, comment apporter aux élèves tout l'intérêt du calcul formel, par quels moyens ?

## Comment évaluer le calcul formel ?

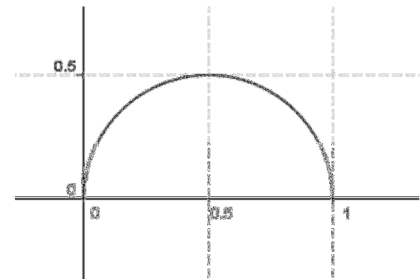
Voici des énoncés et des copies d'élèves à évaluer...

L'objectif est de découvrir une égalité due au mathématicien anglais Wallis (1616-1703).

On note  $f$  la fonction définie sur  $[0 ; 1]$  par  $f(x) = \sqrt{x(1-x)}$ .

Adrien utilise un logiciel de calcul formel. A plusieurs reprises, il entre une commande, et le logiciel renvoie une réponse. Il obtient l'écran suivant :

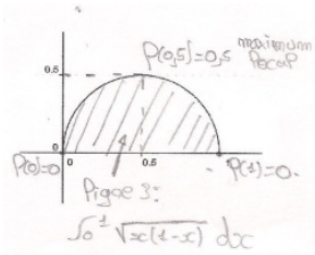
1	$f(x):=\text{sqrt}(x*(1-x))$	$x \rightarrow \sqrt{x*(1-x)}$
2	$\text{deriver}(f(x))$	$(1-x-x) * (\frac{1}{2}) * (\frac{1}{x*(1-x)}) * \sqrt{x*(1-x)}$
3	$\text{integrate}(f(x),x,0,1)$	$(\frac{1}{16}) * \pi + (\frac{1}{16}) * \pi$
4	$\text{resoudre}(f(x)=0,x)$	$[0, 1]$
5	$\text{fMax}(f(x),x=0..1)$	$\frac{1}{2}$



- Traduire sur le graphique, illustrant la courbe représentative de la fonction  $f$ , les lignes 3, 4 et 5.
- Justifier la réponse 5 en utilisant la ligne 2 par exemple.
- Conclusion, déterminer  $\int_0^1 \sqrt{x(1-x)} dx$ , justifier votre résultat.

### Copie 1 :

1) Voir page 1.  
 2) Grâce à la Figure 2, on peut voir que le maximum de la fonction se situe en 0,5 et que le maximum est  $\frac{1}{2}$ .  
 3) D'après la Figure 3 on a :  $\int_0^1 \sqrt{x(1-x)} dx = \frac{\pi}{8}$



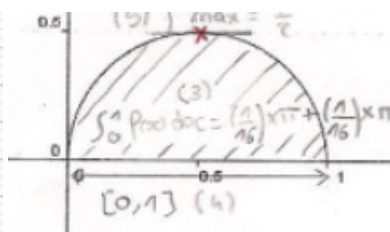
### Copie 2 :

1. voir le graphique.  
 2. La réponse 5, c'est quand la fonction  $f(x)$  est à son extremum qui est ici  $f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$  alors grâce à la dérivée de  $f(x)$  qui est à la réponse à la ligne 2, on peut faire un tableau de variation et trouver l'extremum de  $f(x)$ .

$x$	0	$\frac{1}{2}$	1
$f'(x)$	+	-	
$f$			

$$3. \int_0^1 \sqrt{x(1-x)} = \left(\frac{1}{16}\right) \times \pi + \left(\frac{1}{16}\right) \times \pi$$

On peut trouver la réponse grâce à la ligne



# TES : Exercice :

Voici différents résultats obtenus avec un logiciel de calcul formel :

Xcas Nouvelle Interface	
Fich Edit Cfg Aide CAS Expression Cmds Prg Graphic Geo Tableur Phys Scolaire Tortue	
Unnamed	
? Sauver Config : exact real RAD 12 xcas 12.562M	
1	$f(x) = 3 \cdot x^2 \cdot (x^3 - 7)^5$
	$x \rightarrow (3 \cdot x^2) \cdot (x^3 - 7)^5$
2	$\text{Integrer}(f(x), x)$
	$\frac{3 \cdot (x^3 - 7)^6}{6}$
3	$\text{factoriser}(\text{Integrer}(f(x), x))$
	$\frac{(x^3 - 7)^6}{6}$
4	$g(x) = 1/6 \cdot (x^3 - 7)^6$
	$x \rightarrow \left(\frac{1}{6}\right) \cdot (x^3 - 7)^6$
5	$\text{derive}(g(x))$
	$\frac{3 \cdot x^2 \cdot 6 \cdot (x^3 - 7)^5}{6}$
6	$\text{factoriser}(\text{derive}(g(x)))$
	$3 \cdot x^2 \cdot (x^3 - 7)^5$

On considère la fonction  $h$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$h(x) = 3x^2 (x^3 - 7)^5$$

- 1) En vous aidant des résultats obtenus avec le logiciel de calcul formel, déterminer une primitive  $H$  sur  $\mathbb{R}$  de la fonction  $h$ .
- 2) Expliquer les différentes fonctionnalités du logiciel ici utilisées.

## Des productions d'élèves :

Copie 1:

1)  $h(x) = 3x^2 (x^3 - 7)^5$   
 $= \frac{6 \cdot x^3 \cdot x^2 \cdot (x^3 - 7)^5}{6}$   
 $= g'(x)$

D'après le logiciel, ~~une~~ primitive  $H$  de la fonction  $h$  est égale à  $\frac{1}{6} (x^3 - 7)^6$ , car, puisque  $h(x) = g'(x)$ ,  $H(x) = g(x)$ .

2) Le logiciel permet, à partir d'une fonction, de déterminer sa dérivée ou son intégrale, puis de la factoriser.

Copie 2:

①  $h(x) = 3x^2 (x^3 - 7)^5 = f(x)$  ✓  
 $H(x) = u' \cdot x \cdot u^5$  avec  $u' = 3x^2$   
 $u = x^3 - 7$   
 $H(x) = \frac{1}{6} u^6 = \frac{1}{6} (x^3 - 7)^6 = g(x)$  ✓

② Le logiciel permet de factoriser, dériver et donner ~~une~~ primitive d'une fonction.