Convexité : Exercice d'application avec une fonction exponentielle (Terminale ES-L)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = xe^{-x}$$

et C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) Etudier la convexité de f.
2) Déterminer une équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 0.

   En déduire que, pour tout réel x appartenant à $[-1;1]$, $f(x) \leq x$.

Eléments de correction :

1) $f'(x) = (1-x)e^{-x}$ et $f''(x) = (x-2)e^{-x}$ qui est du signe de $x-2$ sur $\mathbb{R}$

   donc f est concave sur $]-\infty;2]$ et convexe sur $[2;+\infty[$
2) $y = x$

   Sur $[-1;1]$, f est concave et la courbe représentative d'une fonction concave sur un intervalle est en dessous de ses tangentes en tout point de cet intervalle, donc comme $0 \in [-1;1]$, pour tout $x \in [-1;1]$, $f(x) \leq x$