Pièce truquée ?

On lance 144 fois une pièce de monnaie.
On veut déterminer, avec une marge d'erreur de t % si cette pièce est équilibrée ou non.

En seconde

On a obtenu 61 "face".
Préciser l'intervalle de fluctuation au seuil de 5 % et conclure.

En première

On considère que les lancers sont indépendants.
F désigne la variable aléatoire égale au nombre de "face" obtenues lors de ces 144 lancers.

1. Quelle est la loi suivie par F ?

2. Au tableur, on a déterminé la table des valeurs $P(F \leq k)$ où k est un nombre entier compris entre 0 et 144. Un extrait en est donné ci-dessous :

	A	B
1	k	P(F ≤ k)
2	...	...
3	59	0,01842613
4	60	0,02745094
5	61	0,03987854
6	62	0,05651548
7	63	0,07816992
8	64	0,10557632
9	65	0,13930727
10	66	0,1796822
11	67	0,22668585
12	68	0,27991057
13	69	0,3385349
14	...	...
15	79	0,89442368
16	80	0,92183008
17	81	0,94348452
18	82	0,96012146
19	83	0,97254906
20	84	0,98157387
21	85	0,98794432
22	86	0,99231474
23	87	0,99522836
24	88	0,99711559
25	...	...
26		

a. Déterminer le plus petit entier a tel que $P(F \leq a) > 0,025$.

b. Déterminer le plus petit entier b tel que $P(F \leq b) \geq 0,975$.

c. Enoncer la règle de décision permettant de rejeter ou non, au seuil de 5%, l'hypothèse selon laquelle la pièce est équilibrée.

3. En réalité, en lançant 144 fois la pièce, on a obtenu 61 fois "face". Quelles sont vos conclusions ?

En terminale

proposition 1

On admet cette fois que F suit une loi normale de moyenne $\mu = 72$ et de variance $\sigma^2 = 36$.

1. Au tableur, on a déterminé la table des valeurs $P(F \leq k)$ où k est un nombre entier compris entre 0 et 144. Un extrait en est donné ci-dessous :

	A	B	C
1	k	P(F ≤ k)	
2	...	...	
3	54	0,00134997	
4	55	0,00230333	
5	56	0,00383043	
6	57	0,00620968	
7	58	0,00981531	
8	59	0,01513009	
9	60	0,02275006	
10	61	0,03337645	
11	62	0,04779033	
12	63	0,06680723	
13	64	0,09121128	
14	...	...	
15	84	0,97724994	
16	85	0,98486991	
17	86	0,99018469	
18	87	0,99379032	
19	88	0,99616957	
20	89	0,99769667	
21	90	0,99865003	
22	91	0,99922895	
23	92	0,99957088	
24	93	0,99976733	
25	94	0,9998771	
26	95	0,99993677	
27	...	...	
28			

a. Déterminer le plus petit entier a tel que $P(F \leq a) > 0,005$.

b. Déterminer le plus petit entier b tel que $P(F \leq b) \geq 0,995$.

c. Enoncer la règle de décision permettant de rejeter ou non, au seuil de 1%, l'hypothèse selon laquelle la pièce est équilibrée.

2. En réalité, en lançant 144 fois la pièce, on a obtenu 61 fois "face". Quelles sont vos conclusions ?

proposition 2

On admet cette fois que F suit une loi normale de moyenne $\mu = 72$ et de variance $\sigma^2 = 36$.

1. Avec votre calculatrice :

a. déterminer le plus petit entier a tel que $P(F \leq a) > 0,005$.

b. déterminer le plus petit entier b tel que $P(F \leq b) \geq 0,995$.

c. Enoncer la règle de décision permettant de rejeter ou non, au seuil de 1%, l'hypothèse selon laquelle la pièce est équilibrée.

2. En réalité, en lançant 144 fois la pièce, on a obtenu 61 fois "face". Quelles sont vos conclusions ?

proposition 3

On admet cette fois que F suit une loi normale de moyenne $\mu = 72$ et de variance $\sigma^2 = 36$.

1. Expliquer pourquoi la variable aléatoire R définie par $R = \dfrac{F - 72}{6}$ suit la loi normale centrée réduite.

2. Au tableur, on a déterminé la table des valeurs $P(R \leq k)$ où k est un nombre réel compris entre -12 et 12. Un extrait en est donné ci-dessous :

E36 | f_x

	A	B	C
1	k	P(R ≤ k)	
2	...	...	
3	-2,833	0,002	
4	-2,667	0,004	
5	-2,500	0,006	
6	-2,333	0,010	
7	-2,167	0,015	
8	-2,000	0,023	
9	-1,833	0,033	
10	-1,667	0,048	
11	...	...	
12	1,333	0,909	
13	1,500	0,933	
14	1,667	0,952	
15	1,833	0,967	
16	2,000	0,977	
17	2,167	0,985	
18	2,333	0,990	
19	2,500	0,994	
20	...	...	
21			
22			
23			

a. Déterminer le plus petit entier a tel que $P(R \leq a) > 0,025$. En déduire le plus petit entier α tel que $P(F \leq \alpha) > 0,025$.

b. Déterminer le plus petit entier b tel que $P(R \leq b) \geq 0,975$. En déduire le plus petit entier β tel que $P(F \leq \beta) \geq 0,975$.

c. Enoncer la règle de décision permettant de rejeter ou non, au seuil de 5%, l'hypothèse selon laquelle la pièce est équilibrée.

3. En réalité, en lançant 144 fois la pièce, on a obtenu 61 fois "face". Quelles sont vos conclusions ?