

L'INVASION DES UNS

Nom / Prénom :

Classe :

Parmi les nombres entiers de l'intervalle $[0 ; 11\ 111\ 111\ 111]$, combien contiennent la séquence « 111 » dans leur écriture décimale ?

Voici quelques questions pour aider à trouver une solution. Pour $n \geq 1$, on note :
(Répondre aux questions au dos de la feuille)

Π_n : L'ensemble des nombres à n chiffres ou moins.

U_n : L'ensemble des nombres de Π_n qui contiennent la séquence 111.

V_n : L'ensemble des nombres de Π_n qui se terminent par 11, mais qui ne contiennent pas 111.

W_n : L'ensemble des nombres de Π_n qui se terminent par 1, mais pas par 11 et qui ne contiennent pas 111.

X_n : L'ensemble des nombres de Π_n .

u_n : Le nombre de nombres dans U_n .

v_n : Le nombre de nombres de V_n .

w_n : Le nombre de nombres de W_n .

x_n : Le nombre de nombres de X_n .

1. Compléter le tableau :

n	u_n	v_n	w_n	x_n
1				
2				
3				
4				
5				

2. Trouver une relation liant u_{n+1} , v_{n+1} , w_{n+1} et x_{n+1} à u_n , v_n , w_n et x_n en justifiant.

3. A l'aide d'un tableur, recopie et complète les 2 premières lignes du tableau complété.

4. Insère pour les lignes suivantes des formules pour automatiser le calcul de valeurs suivantes

5. Combien y a-t-il de nombres répondant à la question :

a. Dans $[0 ; 9\ 999\ 999\ 999]$?

b. Dans $[10\ 000\ 000\ 000 ; 10\ 999\ 999\ 999]$?

c. Dans $[10\ 999\ 999\ 999 ; 11\ 099\ 999\ 999]$?

d. Dans $[11\ 100\ 000\ 000 ; 11\ 111\ 111\ 111]$?

6. Conclure en répondant à la question initialement posée et enregistrer le fichier tableur dans vos documents.