

## L'INVASION DES UNS

Nom / Prénom :

Classe :

Parmi les nombres entiers de l'intervalle  $[0 ; 11\ 111\ 111\ 111]$ , combien contiennent la séquence « 111 » dans leur écriture décimale ?

Voici quelques questions pour aider à trouver une solution. Pour  $n \geq 1$ , on note :  
(Répondre aux questions au dos de la feuille)

$\Pi_n$  : L'ensemble des nombres à  $n$  chiffres ou moins.

$U_n$  : L'ensemble des nombres de  $\Pi_n$  qui contiennent la séquence 111.

$V_n$  : L'ensemble des nombres de  $\Pi_n$  qui se terminent par 11, mais qui ne contiennent pas 111.

$W_n$  : L'ensemble des nombres de  $\Pi_n$  qui se terminent par 1, mais pas par 11 et qui ne contiennent pas 111.

$X_n$  : L'ensemble des nombres de  $\Pi_n$ .

1. Recopiez et complétez manuellement ce tableau dans un tableur

|   | A | B                              | C                              | D                              | E                              | F                                |
|---|---|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|----------------------------------|
| 1 | n | Nb<br>d'éléments<br>dans $U_n$ | Nb<br>d'éléments<br>dans $V_n$ | Nb<br>d'éléments<br>dans $W_n$ | Nb<br>d'éléments<br>dans $X_n$ | Nb<br>d'éléments<br>dans $\Pi_n$ |
| 2 | 1 |                                |                                |                                |                                |                                  |
| 3 | 2 |                                |                                |                                |                                |                                  |
| 4 | 3 |                                |                                |                                |                                |                                  |

2a. Trouvez une formule permettant de remplir automatiquement la colonnes A jusqu'à  $n=11$ .

2b. Trouver de la même manière une formule pour remplir la colonne F automatiquement.

3. Ecrire tous les nombres de  $U_3$ ,  $V_3$  et  $W_3$  et une dizaine de nombres de  $X_3$ .

$U_3 = \{ \quad \quad \quad \}$                        $V_3 = \{ \quad \quad \quad \}$

$W_3 = \{ \quad \quad \quad \}$                        $X_3$  contient par exemple :

4a. Comment obtenir tous les nombres de  $W_4$  à partir ceux de  $X_3$  ?

4b. En déduire une formule pour remplir la colonne D d'une ligne si l'on connaît toute la ligne précédente.

5a. Comment obtenir tous les nombres de  $V_4$  à partir ceux de  $W_3$  ?

5b. En déduire une formule pour remplir la colonne C d'une ligne si l'on connaît toute la ligne précédente.

6a. Comment obtenir tous les nombres de  $U_4$  à partir ceux de  $U_3$  et  $V_3$  ?

6b. En déduire une formule pour remplir la colonne B d'une ligne si l'on connaît toute la ligne précédente.

7. Comment trouver la valeur de  $X_4$  quand on connaît toutes les autres valeurs de la ligne ?

8. Terminez la page du tableur jusqu'à la ligne 11.

9. Combien y a-t-il de nombres répondant à la question :

a. Dans  $[0 ; 9\ 999\ 999\ 999]$  ?

b. Dans  $[10\ 000\ 000\ 000 ; 10\ 999\ 999\ 999]$  ?

c. Dans  $[10\ 999\ 999\ 999 ; 11\ 099\ 999\ 999]$  ?

d. Dans  $[11\ 100\ 000\ 000 ; 11\ 111\ 111\ 111]$  ?

10. Conclure en répondant à la question initialement posée et enregistrer le fichier tableur dans vos documents.