

L'INVASION DES UNS

Nom / Prénom :

Classe :

Parmi les nombres entiers de l'intervalle $[0 ; 11\ 111\ 111\ 111]$, combien contiennent la séquence « 111 » dans leur écriture décimale ?

Voici quelques questions pour aider à trouver une solution. Pour $n \geq 1$, on note :
(Répondre aux questions au dos de la feuille)

Π_n : L'ensemble des nombres à n chiffres ou moins.

U_n : L'ensemble des nombres de Π_n qui contiennent la séquence 111.

V_n : L'ensemble des nombres de Π_n qui se terminent par 11, mais qui ne contiennent pas 111.

W_n : L'ensemble des nombres de Π_n qui se terminent par 1, mais pas par 11 et qui ne contiennent pas 111.

X_n : L'ensemble des nombres de Π_n .

1. Recopiez et complétez manuellement ce tableau dans un tableur

	A	B	C	D	E	F
1	n	Nb d'éléments dans U_n	Nb d'éléments dans V_n	Nb d'éléments dans W_n	Nb d'éléments dans X_n	Nb d'éléments dans Π_n
2	1					
3	2					
4	3					

2a. Trouvez une formule permettant de remplir automatiquement la colonnes A jusqu'à $n=11$.

2b. Trouver de la même manière une formule pour remplir la colonne F automatiquement.

3. Ecrire tous les nombres de U_3 , V_3 et W_3 et une dizaine de nombres de X_3 .

$U_3 = \{ \quad \quad \quad \}$ $V_3 = \{ \quad \quad \quad \}$

$W_3 = \{ \quad \quad \quad \}$ X_3 contient par exemple :

4a. Comment obtenir tous les nombres de W_4 à partir ceux de X_3 ?

4b. En déduire une formule pour remplir la colonne D d'une ligne si l'on connaît toute la ligne précédente.

5a. Comment obtenir tous les nombres de V_4 à partir ceux de W_3 ?

5b. En déduire une formule pour remplir la colonne C d'une ligne si l'on connaît toute la ligne précédente.

6a. Comment obtenir tous les nombres de U_4 à partir ceux de U_3 et V_3 ?

6b. En déduire une formule pour remplir la colonne B d'une ligne si l'on connaît toute la ligne précédente.

7. Comment trouver la valeur de X_4 quand on connaît toutes les autres valeurs de la ligne ?

8. Terminez la page du tableur jusqu'à la ligne 11.

9. Combien y a-t-il de nombres répondant à la question :

a. Dans $[0 ; 9\ 999\ 999\ 999]$?

b. Dans $[10\ 000\ 000\ 000 ; 10\ 999\ 999\ 999]$?

c. Dans $[10\ 999\ 999\ 999 ; 11\ 099\ 999\ 999]$?

d. Dans $[11\ 100\ 000\ 000 ; 11\ 111\ 111\ 111]$?

10. Conclure en répondant à la question initialement posée et enregistrer le fichier tableur dans vos documents.