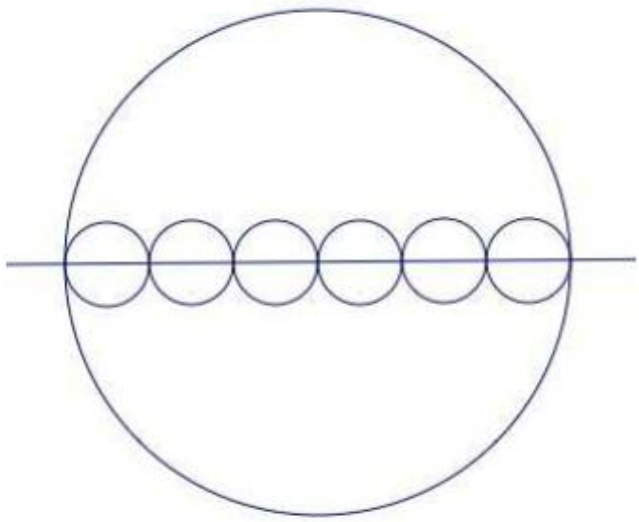
Entrainement (2é série) olympiades 4é

Exercice 1 Dentelles

Figure A :

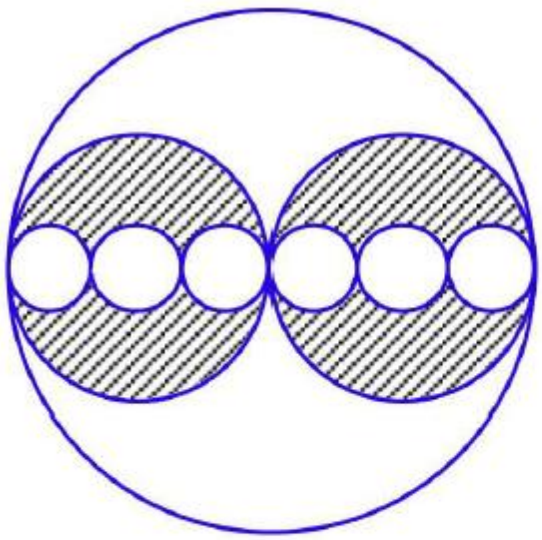


On veut fabriquer un napperon sous forme d'un disque dans lequel on veut broder 6 disques de 2 cm² chacun. Les 6 disques sont alignés le long du diamètre du napperon et occupent toute la longueur du diamètre.

Calculer l'aire totale du napperon (aire du grand disque)

Pour terminer cette broderie, trois petits disques sont entourés par un moyen disque (disque hachuré) voir figure B.

Figure B :



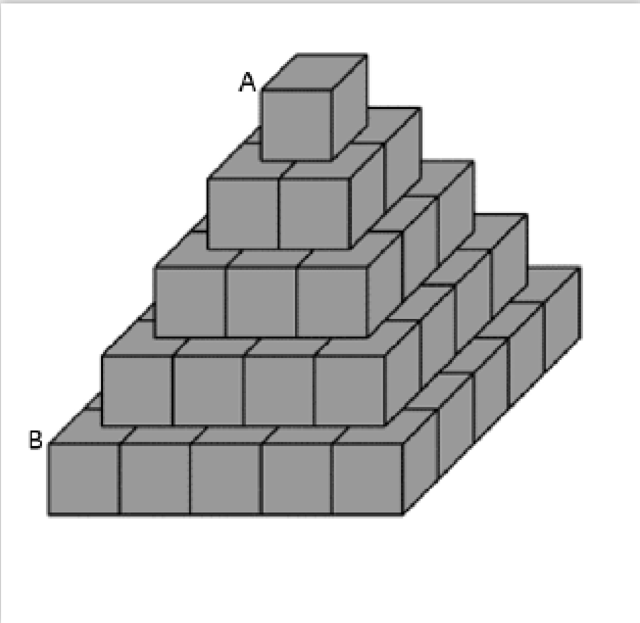
1. A quelle fraction du grand disque correspondent les six petits disques ?

2. A quelle fraction du grand disque correspond la surface hachurée ?

Exercice 2 La "pyramide"

Monsieur X est menuisier. Il veut fabriquer une pyramide à l'aide de cubes, tous identiques, de 20 cm d'arêtes, de la façon suivante :

- d'abord, il colle cinq rangées de cinq cubes pour former un carré.
- au-dessus de cette première rangée, il colle quatre rangées de quatre cubes.
- il continue ainsi, comme dans la figure ci-dessous et obtient une belle pyramide bien symétrique par rapport à son axe verticale.



Crédit : http://sites17.ac-poitiers.fr

1) Calculer la hauteur de la pyramide.
2) Quel est le nombre de cubes utilisés au total.
3) Quel est le nombre de cubes qui seront complètement invisibles une fois la pyramide posée par terre.
4) Monsieur X veut peindre la pyramide, y compris la face de dessous et les faces de dessus.
   Calculer la surface totale à peindre.
5) Ensuite, monsieur X veut tendre une corde entre le coin supérieur A et le coin inférieur B.
   Calculer la longueur de cette corde.

Eléments de réponse

1) La hauteur de la pyramide : $h = 5 \times 20 = 100$ cm

2) Le nombre de cubes utilisés au total.

$$5 \times 5 + 4 \times 4 + 3 \times 3 + 2 \times 2 + 1 = 55$$

3) Le nombre de cubes qui seront complètement invisibles une fois la pyramide posée par terre.

$$1 + 4 + 9 = 14$$

4) La surface totale à peindre.
   Surfaces verticales : $4 \times (5 + 4 + 3 + 2 + 1) = 60$.
   Surfaces horizontales de dessus : $5 \times 5 = 25$.
   Surfaces horizontales de dessous : $5 \times 5 = 25$.
   Surface totale à peindre : $20 \times 20 \times (60 + 25 + 25) = 44000$ cm^2=4,4 m^2.

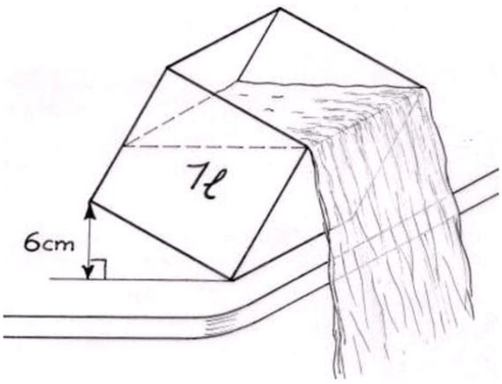
5) La longueur de la corde.
   Diagonale d'un cube par Pythagore : $20^2 + 20^2 = 800$ et $\sqrt{800} \sim 28{,}3$ cm.
   Demi-diagonale d'un cube : $28.3 \div 2 \sim 14.15$ cm.
   Longueur de la corde : $4 \times d$ avec Pythagore :
   $d^2 = 20^2 + 14.15^2 = 600.2225$ et $d = \sqrt{600.2225} \sim 24{,}5$ cm.
   Donc longueur de la corde : $4 \times d = 4 \times 24{,}5 = 98$ cm.

Exercice 3 : L'eau coule

Un cube sans couvercle, plein à ras-bord, contient exactement 1 litre de liquide.

On le bascule lentement sur l'une de ses arêtes jusqu'à la position indiquée sur la figure ci-contre. Ainsi une partie du liquide s'écoule.

Calculer la quantité de liquide qui restera dans le récipient.



Exercice 4 : les jardins de Barnabé

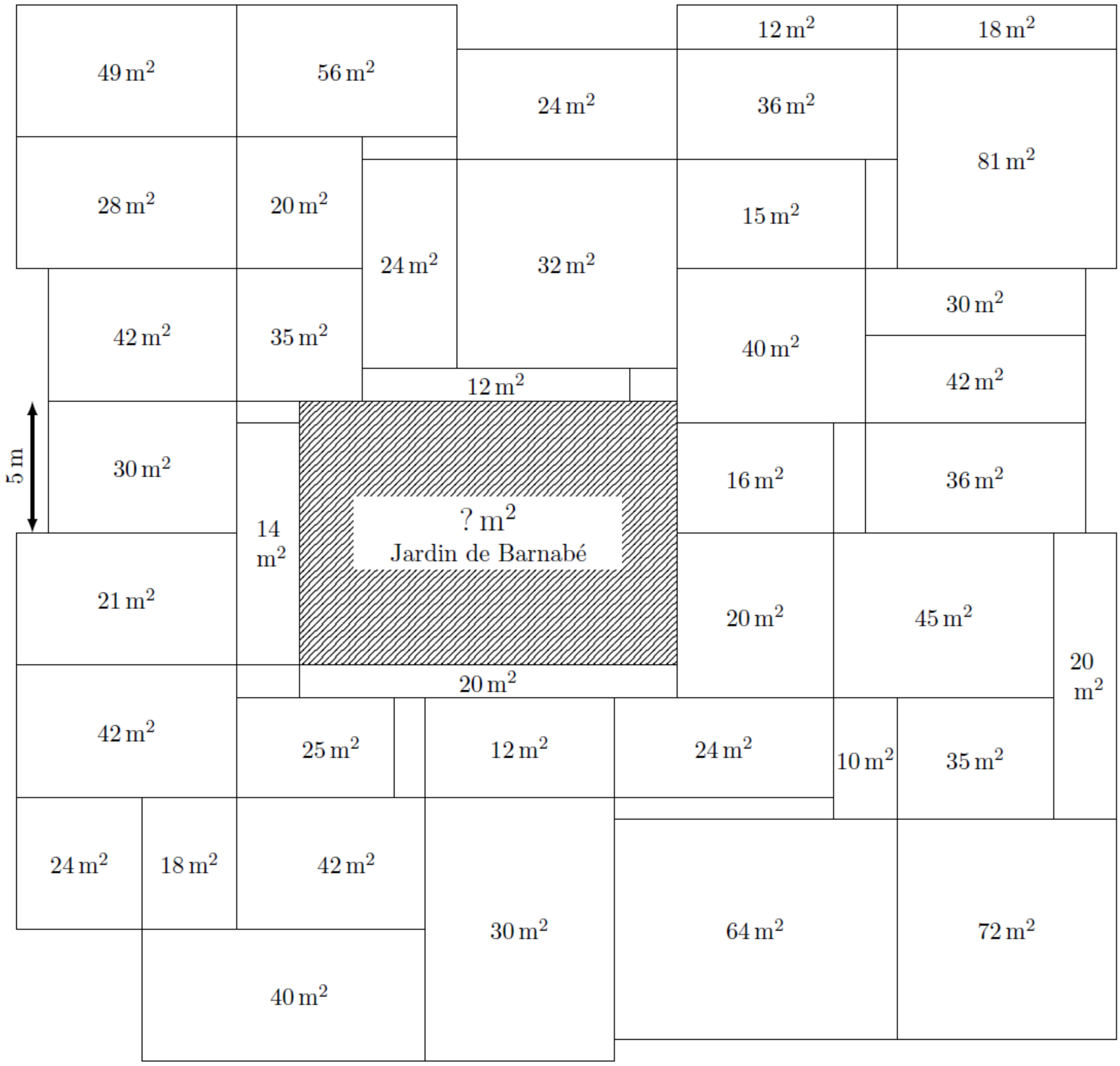


Table 1: Schéma de la répartition des jardins autour de celui de Barnabé

Consigne :

Quelle est l'aire du jardin de Barnabé ?

Rédation de votre solution :

Vous pouvez annoter le sujet durant votre recherche, puis reporter sur la feuille en annexe les dimensions intermédiaires qui vous auront servi à résoudre le problème.

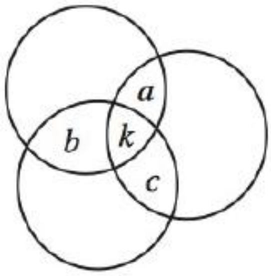
Informations :

- Les dimensions ne sont pas à l'échelle.
- Les angles qui paraissent droits le sont vraiment.
- Les segments qui paraissent alignés le sont vraiment.

Exercice 5 : Les 3 tapis

Trois tapis (que l'on peut supposer circulaires) ont une aire totale de 200 m^2 . En les superposant partiellement, on recouvre une surface de 140 m^2. La partie recouverte par exactement deux tapis a une aire de 24 m^2 . Quelle est l'aire de la surface recouverte par trois tapis ?

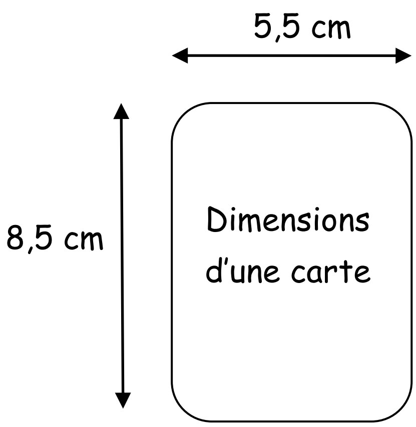
Eléments de solution.

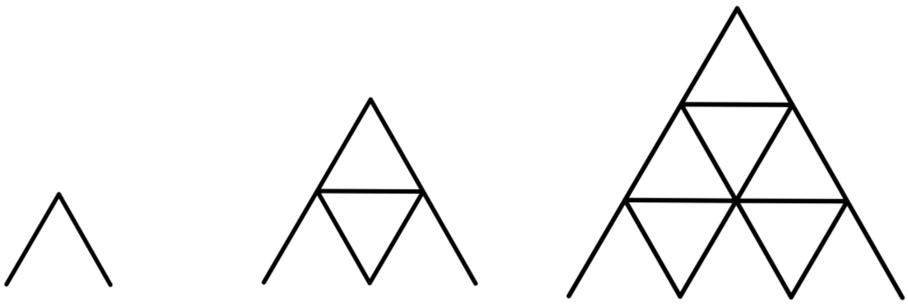


On a $a+b+c=24$ et $a+b+c+2k=60$ car il y a 200 - 140 m^2 de surface "gachée" par les superpopositions. On trouve 18 m^2.

Exercice 6 : Châteaux de cartes

On souhaite construire un château en positionnant les cartes de telle sorte qu'elles forment des triangles équilatéraux.





Château d'un étage composé de 2 cartes | Château de 2 étages composé de 7 cartes | Château de 3 étages composé de 15 cartes

1. Avec un seul jeu de 32 cartes, combien d'étages au maximum peut avoir mon château ?
2. Sachant que l'on veut construire un château de plus d'un mètre de hauteur, combien faut-il utiliser au minimum de jeux de 32 cartes ?

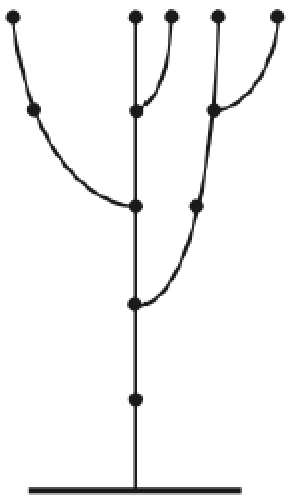
Exercice 7 : Losange

Le rapport des longueurs des diagonales d'un losange est $\frac{3}{4}\cdot$ Le périmètre de ce losange est 80 cm. Combien mesurent les diagonales ?

Exercice 8 L'arbre récurrent

L’arbre de Raphaël pousse selon la règle suivante :

Lorsqu’une branche se met à pousser, elle produit une nouvelle branche après deux semaines, puis une nouvelle branche à chaque nouvelle semaine, tout en continuant à pousser. Comme on le voit dans la figure, l’arbre a cinq branches après cinq semaines.



1. Dessiner l’arbre à la fin de la sixième semaine.

2. Combien de branches aura l’arbre, y compris la branche principale, à la fin de la dixième semaine ?

Eléments de solution :

Suite de Fibonnacci, 55 branches.

Exercice 9 : Le village de Clémentine

Clémentine habite dans un petit village situé à 165 km de Paris sur la carte. Son village se situe à la même distance de Grenoble et de Toulouse à vol d’oiseau. Elle met environ 1h30 en voiture pour aller rendre visite à sa tante qui habite à Poitiers.

Placer sur la carte le petit village de Clémentine. Chaque étape du raisonnement devra être rédigée.

Echelle : $\frac{1}{5\,550\,000}$

Cet exercice est une création originale. Pas de sources donc.

<u>Correction :</u>

Echelle : 1 cm sur la carte représente 5550000 cm en réalité

Distance sur la carte (en cm)	1	≈ 3 cm
Distance réelle (en cm)	5550000	16500000
Distance réelle (en km)	55,5	165

Donc le petit village de Clémentine se situe sur le cercle de rayon ≈3 cm et de centre Paris sur la carte .

Son village se situe à la même distance de Grenoble et de Toulouse à vol d'oiseau donc son village se situe sur la médiatrice du segment [TG]

Le petit village de Clémentine se situe au point d'intersection de la médiatrice et du cercle.

Il reste donc 2 possibilités : A et B

A se situe à environ 2,3 cm de Poitiers sur la carte soit ≈ 128 km   ($2,3 \times 55,5 \approx 128$)

Vitesse moyenne ≈ 128 : 1,5 ≈ 85 km par heure ce qui est possible

B se situe à environ 4 cm de Poitiers sur la carte soit ≈ 222 km

Vitesse moyenne ≈ 222 : 1,5 ≈ 148 km par heure ce qui est impossible (la vitesse maximale en France étant de 130 km/heure)

<u>Conclusion</u> : le petit village de Clémentine se situe en A