

OLYMPIADES ACADEMIQUES DE MATHEMATIQUES

SESSION 2010

JEUDI 6 MAI 2010 (14h – 16h)

SUJET QUATRIEME

Les calculatrices seront autorisées ainsi que le matériel usuel de géométrie.
Le recours à l'usage des ordinateurs est interdit.
Lors de la correction toute trace de recherche même incomplète sera prise en compte, une justification étant attendue pour toute réponse proposée.

Vous penserez par ailleurs à indiquer sur vos copies :

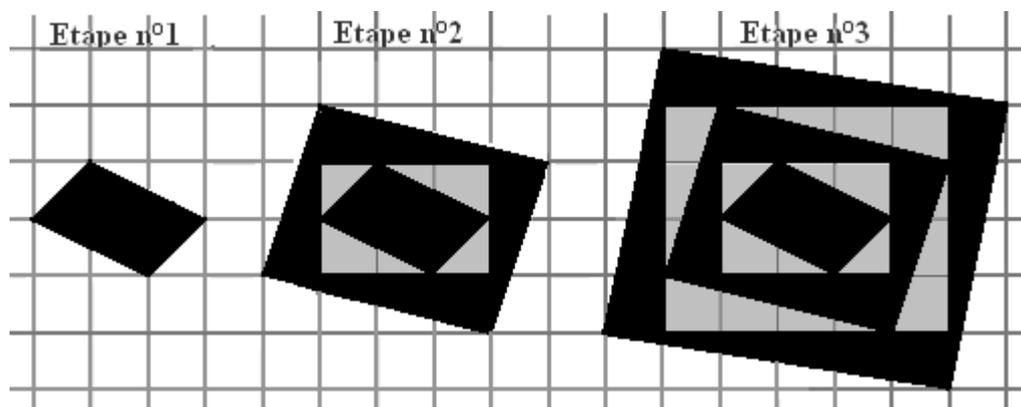
NOM, Prénom

Classe

Etablissement (le cachet de l'établissement sera apposé sur chaque copie)

Exercice 1 Noir et Blanc

On construit une suite de motifs selon un procédé dont les trois premières étapes sont représentées ci-dessous.



L'unité d'aire est le carreau de quadrillage.

1. Pour chacune des étapes 2 et 3 :
 - a. Déterminer l'aire totale des parties intérieures claires ;
 - b. Déterminer l'aire totale des parties noires.
2. On poursuit le processus.
 - a. Quelle est, à l'étape 4, l'aire totale des parties intérieures claires ? Et celle des parties noires ?
 - b. Et à l'étape 20 ?

Exercice 2

Nombres à la chaîne

1	→	2		9	→	10		25	→
		↓		↑		↓		↑	
4	←	3		8		11		24	
↓				↑		↓		↑	
5	→	6	→	7		12		23	
						↓		↑	
16	←	15	←	14	←	13		22	
↓								↑	
17	→	18	→	19	→	20	→	21	

Les entiers consécutifs 1, 2, 3, 4, etc. sont disposés dans les cases d'un tableau selon le schéma ci-contre. Le nombre 8 se trouve à l'intersection de la deuxième ligne et de la troisième colonne. Le nombre 13 se trouve à l'intersection de la quatrième ligne et de la quatrième colonne.

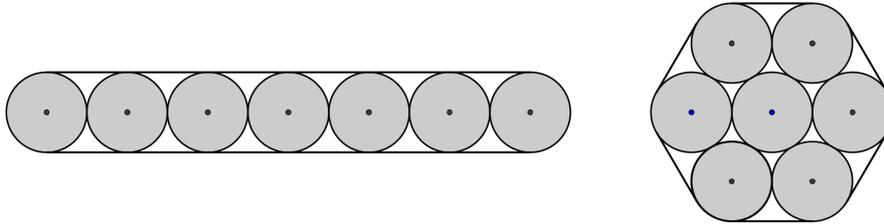
Quel nombre se trouve à l'intersection de la vingt-cinquième ligne et de la vingt-cinquième colonne ?

Exercice 3

Le meilleur emballage

On emballe sept tuyaux cylindriques de diamètre 20 cm en les entourant de ruban adhésif. On peut les disposer à plat ou en fagot comme le montrent les figures ci-dessous.

Quelle est dans chacun des cas la longueur d'un tour de ruban adhésif ?



Exercice 4

Découpage(s) gagnant(s)

Sur une feuille de papier, on a dessiné des triangles équilatéraux de dimensions identiques juxtaposés, dont un seul est noir, de sorte qu'en suivant le support d'un des côtés de ces triangles on puisse couper la feuille en deux en un seul coup de ciseaux. Voici trois exemples de telles figures.

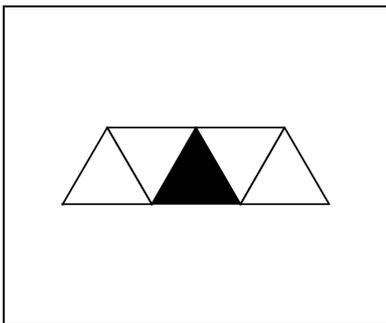


Figure 1

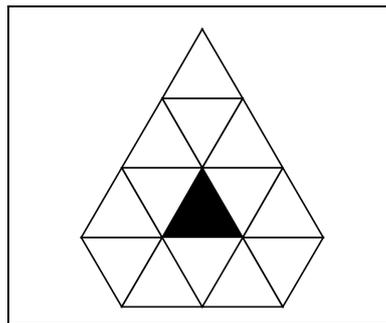


Figure 2

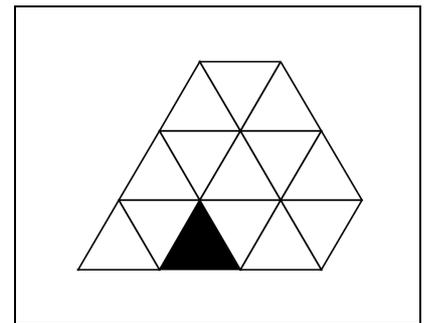


Figure 3

1. Amandine et Benjamin jouent à un jeu, avec la figure 1 ci-dessus. Amandine commence par faire un découpage suivant un des segments. Elle donne la partie contenant le triangle noir à Benjamin, et jette la partie restante. A son tour, Benjamin fait un découpage suivant un des segments, donne la partie contenant le triangle noir à Amandine, et jette la partie restante. Le jeu se poursuit ainsi, et le gagnant est celui qui reçoit au début de son tour uniquement le triangle noir.

Démontrer, en l'expliquant, que si Benjamin joue bien, il est sûr de toujours gagner.

2. Amandine et Benjamin jouent désormais au même jeu, mais avec la figure 2 ci-dessus. Comme dans le jeu précédent, ils doivent couper la figure en deux en suivant le support d'un segment. Amandine joue la première. Que peut-elle faire pour gagner à coup sûr ?