



MINISTÈRE DE
L'ÉDUCATION NATIONALE

MINISTÈRE DE
L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE



Olympiades académiques de mathématiques

*Académies d'Amiens, de Caen, de la Corse,
de Grenoble, de Rouen et de Versailles*

Classes de quatrième

Concours René Merckhoffer

Jeudi 3 avril 2014
Après midi

Durée de l'épreuve : 2 heures.

Les quatre exercices sont à traiter. Les candidats sont invités à faire figurer sur les copies les résultats, même partiels, auxquels ils sont parvenus, et les idées qui leur sont venues.

Les calculatrices sont autorisées ainsi que le matériel usuel de géométrie.
Le recours à l'usage des ordinateurs est interdit.

Lors de la correction toute trace de recherche même incomplète sera prise en compte, une justification étant attendue pour toute réponse proposée.

Toute argumentation correcte qu'elle soit de nature géométrique, calculatoire, dichotomique ou autre sera valorisée.

Vous penserez par ailleurs à indiquer sur vos copies :

NOM, Prénom

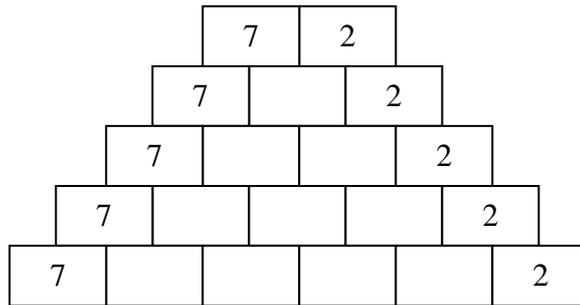
Classe

Etablissement (le cachet de l'établissement sera apposé sur chaque copie)

Exercice 1 : des pyramides de Pascale

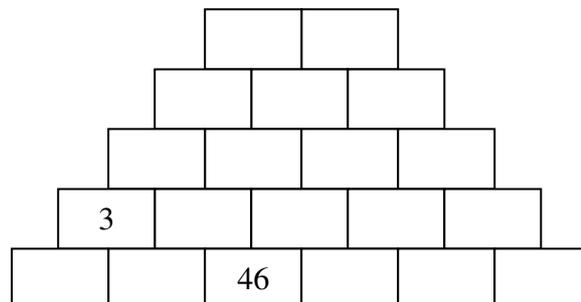
On appelle pyramide de Pascale un empilement de cases complétées de la manière suivante :

- on choisit deux nombres entiers positifs m et n ;
- le premier nombre de chaque ligne est égal à m (dans l'exemple ci-dessous $m = 7$) ;
- le dernier nombre de chaque ligne est égal à n (dans l'exemple ci-dessous $n = 2$) ;
- un nombre inscrit dans une case est égal à la somme des nombres inscrits dans les deux cases situées juste au-dessus.



Exemple de pyramide de Pascale avec $m = 7$ et $n = 2$.
On n'a représenté ici que les cinq premières lignes.

1. a. Reproduire et compléter l'exemple de pyramide de Pascale ci-dessus.
b. Pour chaque ligne, calculer la somme des nombres figurant sur celle-ci.
Que remarque-t-on ?
2. Si l'on considère la pyramide de Pascale associée aux nombres entiers $m = 1$ et $n = 1$, sur quelle ligne la somme des nombres sera-t-elle égale à 1024 ?
3. Prouver que, pour des nombres entiers m et n quelconques, la somme des nombres de la quatrième ligne est égale au double de la somme des nombres de la troisième ligne.
4. Compléter la pyramide de Pascale ci-dessous.



Exercice 2 : la frise

Christophe a découpé quarante formes identiques à celle représentée ci-dessous (*figure 1*).

Il a commencé à les assembler en une frise régulière (*figure 2*).

Lorsqu'il aura fini de poser la quarantième forme, quel sera le périmètre de la frise ainsi créée ?

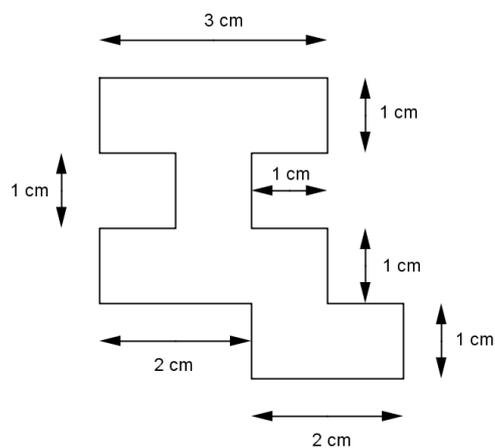


Figure 1

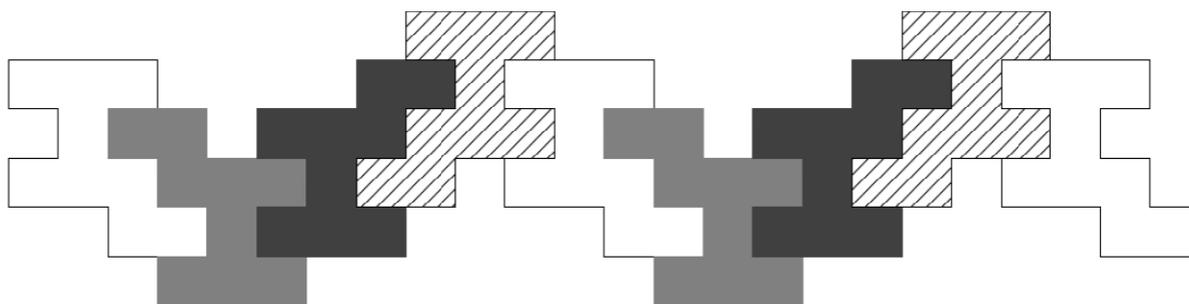


Figure 2

Exercice 3 : le tableau

On considère le tableau ci-dessous dont seulement quelques lignes – les premières – sont ici présentées, et certaines remplies.

A	B	C	D	E
	1	4	7	
22	19	16	13	10
	25	28	31	
46	43	40	37	34
	49	
...

Expliquer pourquoi le nombre 2 014 figure dans ce tableau.
Déterminer la ligne et la colonne du tableau correspondant.

Exercice 4 : d'une distance à l'autre

On considère deux points A et B tels que : $AB = 10$.

Sur le segment $[AB]$, on place le point C tel que : $AC = 6$ (et par conséquent : $CB = 4$).

D'un même côté de la droite (AB) , on place les points D et E tels que : $DC = DB = 3$, $EA = 8$ et $EC = 6$.

Calculer la distance DE.