

Chers collègues,

Les Olympiades académiques de mathématiques aux niveaux CM2/6^{ème} sont proposées pour la première fois à l'occasion de cette année 2013.

Dans l'objectif de mieux vous renseigner sur ces épreuves, le groupe académique en charge des liaisons écoles/collèges en mathématiques vous propose le recueil suivant.

Commençons par un retour sur la note d'information déjà communiquée à ce titre :

« Les OLYMPIADES de MATHEMATIQUES aux niveaux CM2 et 6^{ème} sont un concours académique.

Il s'agit pour les candidats de résoudre, en groupes, en une heure, trois exercices proposés par un collectif inter-académique.

Ce Concours se déroulera pour la première fois en 2013 dans notre académie. Ouvert à l'ensemble des élèves de CM2 et de 6^{ème}, il sera l'occasion d'évaluer les élèves dans le cadre d'un travail de groupe. Ces derniers pourront s'inscrire par trois : élèves de primaire, collégiens, ou si la configuration et l'organisation locale le permettent en groupes mixtes.

Le choix des exercices sera fait avec le souci que tout candidat de bonne volonté puisse sortir de l'épreuve avec le sentiment d'avoir eu à résoudre des exercices correspondant à ses compétences.

Pourquoi un tel concours ?

Les programmes ont changé, dans la plupart d'entre eux on trouve des exercices ou des questions « ouvertes », « non guidées ».

Les mathématiques peuvent servir à résoudre des problèmes, les méthodes pour y arriver peuvent être multiples, et l'on peut ainsi prendre plaisir à chercher, à résoudre des problèmes. ***Pour certains, cela consistera avant tout à trouver une solution, pour d'autres, cela sera la recherche de la solution la plus élégante, pour d'autres encore, la solution fera appel à des outils simples : chacun exerçant au mieux son imagination pour tirer profit de ses connaissances. »***

Quelques informations pratiques :

-Les calculatrices sont autorisées ainsi que le matériel usuel de géométrie. Le recours à l'usage des ordinateurs est également possible.

-Lors de la correction toute trace de recherche même incomplète sera prise en compte, une justification étant attendue pour toute réponse proposée.

-Toute argumentation correcte qu'elle soit de nature géométrique, calculatoire, dichotomique ou autre sera valorisée.

Vous l'aurez ainsi bien compris cette évaluation vise à évaluer les compétences déployées par les candidats à cette occasion. Il n'y aura donc aucunement lieu de noter ces copies mais leur analyse et leur valorisation sera réalisée au moyen d'une grille de compétences dont nous vous donnons un exemple sur le premier des exercices ci-dessous (pourront ainsi être mis en valeur le travail de groupe, l'esprit d'initiative, la maîtrise de la langue, la mise en œuvre d'une démarche cohérente..... De telles compétences seront privilégiées à la production d'un résultat qui serait communiqué sans argumentation aucune.

Une grille d'évaluation de même nature sera jointe aux sujets pour vous permettre d'appliquer cette méthodologie à l'occasion des corrections auxquelles vous procéderez ensuite.

Nous vous souhaitons de bonnes préparations dans le cadre d'un travail inter-degrés favorisant les liaisons que vous pouvez mettre en place à cet effet au sein de vos établissements respectifs.

Le groupe académique

Exercice 1 : Billes en sac

1. On place 25 billes dans un sac, 16 billes dans un autre. On dispose par ailleurs d'un nombre suffisant de billes pour réaliser les opérations suivantes, seules autorisées :

- Oter le même nombre de billes de chaque sac ;
- Doubler le nombre des billes se trouvant dans un des deux sacs.

Avec une succession de telles opérations, est-il possible de vider simultanément les deux sacs ?

2. On place deux billes dans un sac et une bille dans l'autre. Les opérations suivantes sont les seules autorisées :

- Oter le même nombre de billes de chaque sac ;
- Tripler le nombre des billes se trouvant dans un des deux sacs.

Avec une succession de telles opérations, est-il possible de vider simultanément les deux sacs ?

Éléments de correction :

1. La solution la plus rapide pour démontrer que l'on peut vider simultanément les deux sacs semble être :

(a) Situation de départ :

25 billes	16 billes
-----------	-----------

(b) Ôter 7 billes dans chaque sac :

18 billes	9 billes
-----------	----------

(c) Doubler le nombre de billes dans le deuxième sac :

18 billes	18 billes
-----------	-----------

(d) Ôter 18 billes dans chaque sac :

0 bille	0 bille
---------	---------

On pourrait également procéder de la manière suivante :

(a) Situation de départ :

25 billes	16 billes
-----------	-----------

(b) Ôter 15 billes dans chaque sac :

10 billes	1 bille
-----------	---------

(c) Doubler le nombre de billes dans le deuxième sac :

10 billes	2 billes
-----------	----------

(d) Ôter 1 bille dans chaque sac :

9 billes	1 bille
----------	---------

En répétant cette succession d'opérations (doubler dans le deuxième sac et retirer une bille dans chaque sac), on arrive finalement à nos fins.

2. Tripler un nombre ne change pas sa parité :

- le triple d'un nombre pair est pair ;
- le triple d'un nombre impair est impair.

De plus, si à deux entiers (l'un pair et l'autre impair), on ôte un même nombre entier, la différence de parité est maintenue.

Les deux nombres de départ (2 et 1) ayant des parités différentes, aucune des deux opérations (tripler l'un deux ou ôter le même nombre à chaque) ne permettra d'avoir soit deux nombres pairs soit deux nombres impairs dans les deux sacs, condition nécessaire pour avoir le même nombre de billes dans chaque sac. Il est par conséquent impossible de vider simultanément les deux sacs.

Grille d'évaluation

Exercice 1 : Billes en sac	
Question 1 :	
L'élève maîtrise le langage « ôter, doubler »	
L'élève a compris l'énoncé	
L'élève fait apparaître des essais	
Démarche cohérente	
Démarche aboutie	
Autre démarche	
L'élève présente clairement sa démarche	
Question 2 :	
L'élève maîtrise le langage « ôter, tripler »	
L'élève a compris l'énoncé	
L'élève fait apparaître des essais	
Démarche non aboutie mais faisant apparaître un début de raisonnement pertinent	
Démarche aboutie	
Autre démarche	
L'élève présente clairement sa démarche	

Exercice 2 : Le grand-père et ses petits enfants :

Un grand-père de 62 ans a six petits enfants.

Fabrice : 14 ans Emmanuel : 6 ans

Mélanie : 2 ans Eva : 1 an

Françoise : 1 an. Jeanne : 4 ans

Quel âge aura ce grand-père lorsque la somme des âges de ses quatre petites-filles sera égale à la somme des âges des deux garçons ?

Exercice 3

On place des nombres dans des grilles 3 sur 3 selon le principe suivant :

Trois nombres placés sur une même ligne horizontale, sur une même colonne verticale ou sur une même diagonale sont tels que celui du milieu est la demi-somme des deux autres.

1. En appliquant ce principe, déterminer les nombres manquants dans la grille suivante :

3		19
8		

2. Déterminer la somme des neuf nombres de la grille suivante (dans laquelle a désigne un nombre donné) si on la remplit suivant le même principe :

a		
5		23

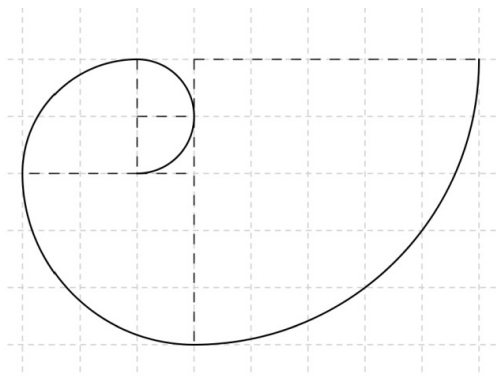
Exercice 4 :

Un terrain de forme rectangulaire a pour largeur 5m et pour longueur 10m.

On veut clôturer le terrain : sur une longueur il y a un mur, et sur les trois autres côtés on veut mettre du grillage. Pour cela on doit d'abord disposer des poteaux, tous les un mètre, le long du terrain.

- Combien devra t-on utiliser de poteaux ?
- Si on double les dimensions du terrain, combien de poteaux devra t-on rajouter ?
- Et si on triple les dimensions, le nombre de poteaux sera t-il triplé ?

Exercice 5 : Une spirale (Olympiades 4^e 2011-2012)



Une telle spirale est obtenue en traçant successivement des quarts de cercle de rayons de plus en plus grands.

Le premier quart de cercle a un rayon de 1, comme le deuxième. Le troisième quart de cercle a un rayon de 2, le quatrième de 3, le suivant de 5.

1. Quel est le rayon du sixième quart de cercle ? du septième ? du dixième ?
2. Le rayon du quinzième quart de cercle est 610 et celui du seizième est 987. Quel est le rayon du dix-septième ?
3. Quel est le rayon du vingtième quart de cercle ?