À la découverte d'une nouvelle fonction

Que dit le programme ?

B.O. Bulletin officiel n° 6 du 9 février 2012

Objectifs

- Utiliser la fonction dérivée des fonctions polynômes de degré 2 ou 3, comme fonction déduite de la fonction étudiée.

Dérivation Fonction dérivée d'une fonction polynôme de degré 2. Application : étude des variations de la fonction. Application : nombre dérivé, tangente.	- Déterminer l'expression de la fonction dérivée d'une fonction polynôme du second degré. - Utiliser le signe de la fonction dérivée pour retrouver les variations du trinôme et pour déterminer son extremum. - Calculer le nombre dérivé et l'identifier au coefficient directeur de la tangente. - Déterminer une équation de la tangente en un point du graphe d'une fonction trinôme du second degré. - Tracer une tangente.	La fonction dérivée, pour le degré 2 comme le degré 3, est définie par son expression formelle obtenue à partir de la fonction étudiée. Aucun développement théorique sur son existence n'est attendu. On admet le lien entre le signe de la fonction dérivée et les variations de la fonction étudiée. La tangente en un point K d'abscisse x_K est définie comme la droite passant par K de coefficient directeur $f'(x_K)$.

Fonction dérivée d'une fonction polynôme de degré 3. Application à l'étude des variations de la fonction.	- Déterminer l'expression de la fonction dérivée d'une fonction polynôme de degré 3. - Dans le cadre d'une résolution de problème, utiliser le signe de la fonction dérivée pour déterminer les variations d'une fonction polynôme de degré 3.	On pourra commencer par conjecturer les variations d'une fonction polynôme de degré 3 à l'aide de la calculatrice graphique ou du tableur. Cette partie du programme se prête particulièrement à l'étude de situations issues des autres disciplines (résolutions graphiques ou numériques d'équations et d'inéquations, problèmes d'optimisation, etc.)

À quel moment dans l'année de la classe de première ?

Après le chapitre sur le second degré.

Quels prérequis ?

- Connaissance des fonctions polynômes du second degré :
  - identification des coefficients *a*, *b* et *c*.
  - variations des fonctions polynôme du second degré

Objectifs ?

Utiliser les différents outils TICE pour découvrir une nouvelle notion

L’activité à proposer :

Utilisation du calcul formel :

- Utiliser la commande

```
? deriver
Dérivée par rapport au second argument.
deriver(Expr,LstVar or [Var])

deriver
deriver(x^3-x)
deriver(x^3-x,x$3)
deriver(x*y+z*y,y)
deriver(x*y+z*y,y,z)
deriver(x*y+z*y,[y,z])
```

sur xcasfr pour tenter de conjecturer l’expression d’une nouvelle fonction

✓ L’enseignant demande aux élèves de proposer différentes expressions de fonctions polynômes du second degré, on applique ensuite la commande « deriver() » afin de conjecturer l’expression de la nouvelle fonction.

```
1 deriver(x^2)
                                  2*x
2 deriver(2*x^2)
                                  2*2*x
3 deriver(3*x^2)
                                  3*2*x
4 deriver(3*x^2+x)
                                  3*2*x+1
5 deriver(3*x^2+2*x)
                                  3*2*x+2
6 deriver(3*x^2+3*x)
                                  3*2*x+3
7 deriver(3*x^2+3*x+1)
                                  3*2*x+3
8 deriver(3*x^2+3*x-10)
                                  3*2*x+3
```

✓ On vérifie ensuite avec le logiciel de calcul formel l’expression donnée dans le cas général :

```
9 developper(deriver(a*x^2+b*x+c,x))
                                  2*a*x+b
```

Fonction dérivée.xws

Utilisation d’un algorithmique :

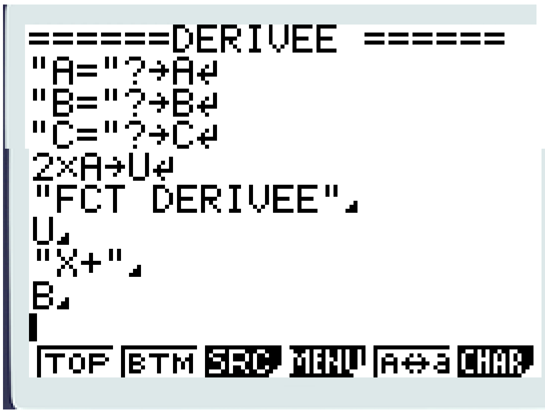
- Élaborer un algorithme qui demanderait en entrée les valeurs de *a*, *b*, et *c* et afficherait en sortie l’expression de la fonction dérivée.
    - Avec : Algobox

```
VARIABLES
  a EST_DU_TYPE NOMBRE
  b EST_DU_TYPE NOMBRE
  c EST_DU_TYPE NOMBRE
  U EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  LIRE a
  LIRE b
  LIRE c
  AFFICHER "l'espressionde la fonction est"
  AFFICHER a
  AFFICHER "x²+"
  AFFICHER b
  AFFICHER "x+"
  AFFICHER c
  AFFICHER "l'expression de la fonction dérivée est"
  U PREND_LA_VALEUR 2*a
  AFFICHER U
  AFFICHER "x+"
  AFFICHER b
FIN_ALGORITHME
```

Algo dérivée fonction second degré.alg

Algo dérivée second degré.pdf

- Avec CASIO



- Eveiller l'esprit critique des élèves face à une production : utilité de rentrer le coefficient *c* ?

✓ Prolongements possibles :

- Cas où $a = 0$: les fonctions affines
- Cas des fonctions polynômes du troisième degré

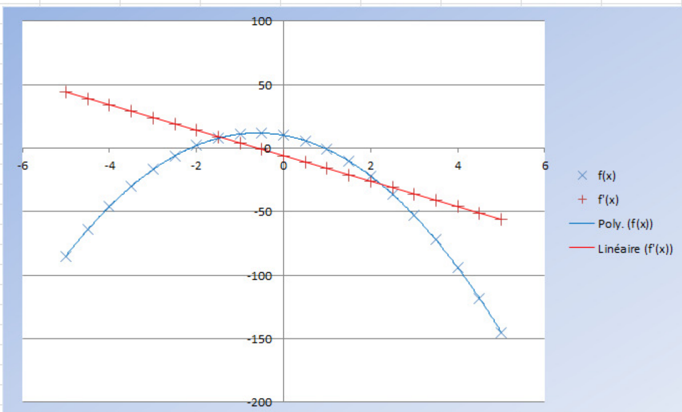
Utilisation du tableur :

▶ Utiliser le tableur pour tracer conjointement les courbes représentant la fonction polynôme du second degré et la courbe représentant sa fonction dérivée.

- On demande aux élèves de compléter le tableau avec les formules adéquates dans les colonnes B et C
- On demande ensuite aux élèves les nuages de points représentant les séries $(x, f(x))$ et $(x, f'(x))$.
- On fait ensuite afficher les courbes de tendance.

x	f(x)	f'(x)
-5	-85	44
-4,5	-64,25	39
-4	-46	34
-3,5	-30,25	29
-3	-17	24
-2,5	-6,25	19
-2	2	14
-1,5	7,75	9
-1	11	4
-0,5	11,75	-1
0	10	-6
0,5	5,75	-11
1	-1	-16
1,5	-10,25	-21
2	-22	-26
2,5	-36,25	-31
3	-53	-36
3,5	-72,25	-41
4	-94	-46
4,5	-118,25	-51
5	-145	-56

coefficients :	
	a= -5
	b= -6
	c= 10

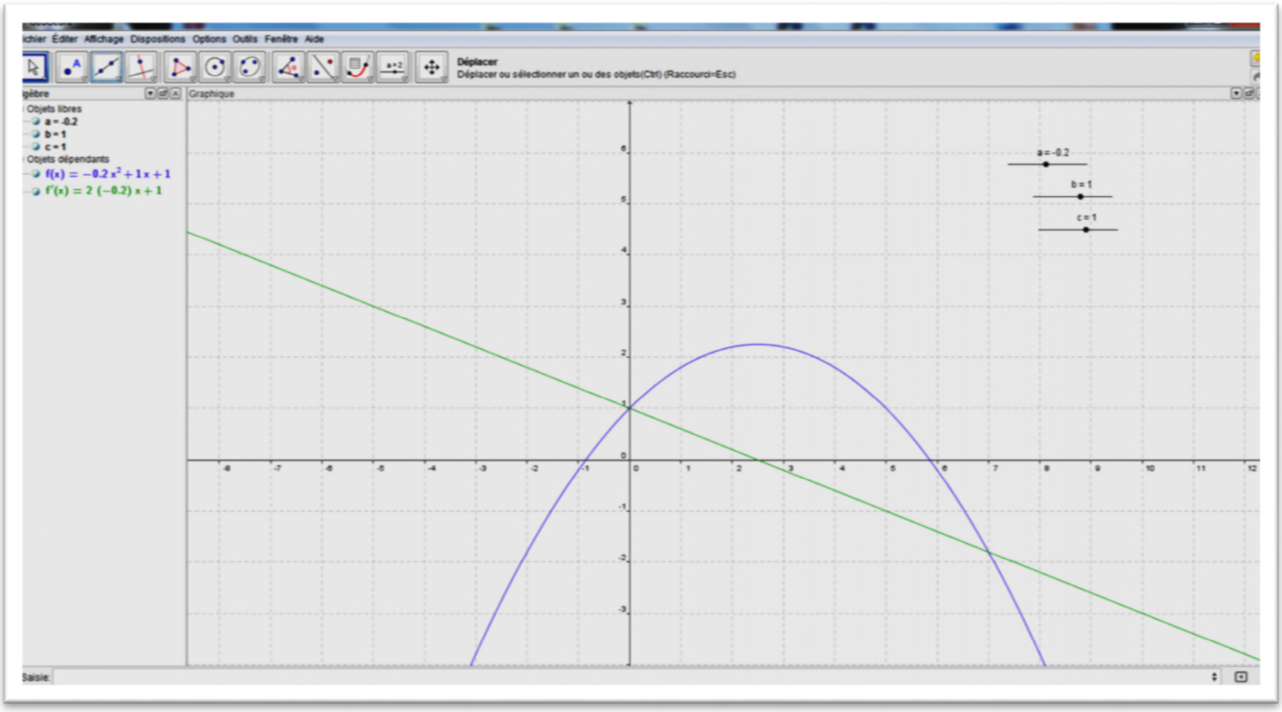


✓ Prolongement possible : conjecturer le lien entre le signe de la fonction dérivée et les variations de la fonction.

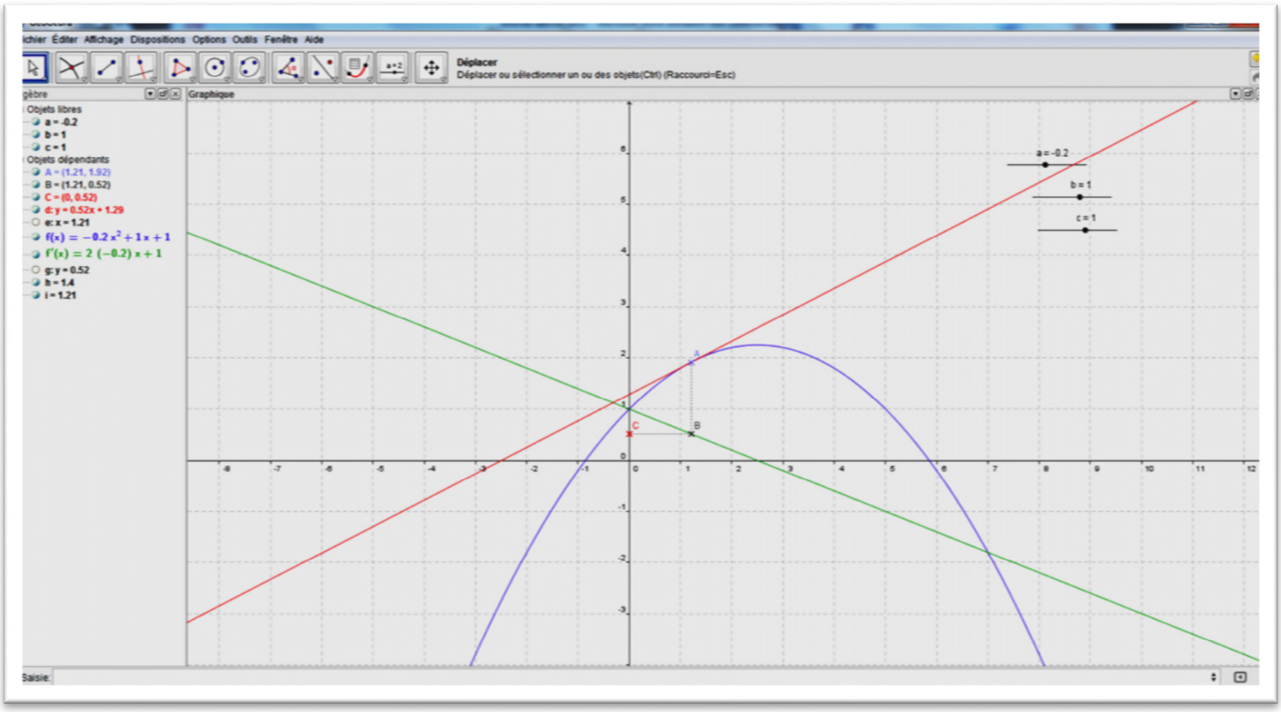
[Fonction dérivée d'une fonction polynôme du second degré.xlsx]

Utilisation de la géométrie dynamique :

- En tapant dans la barre de saisie « $f'(x)$ » on obtient le tracé de la fonction dérivée de la fonction polynôme du second degré définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$ où les coefficients *a*, *b* et *c* sont définis par des curseurs.



✓ Prolongement possible : faire apparaître la tangente en un point *A* et faire le lien entre son coefficient directeur et le nombre dérivé en x_A .



[Nbre dérivé tangente.ggb]